e-mail: **imozas@elx.uned.es**
**www.telefonica.net/web/imm**

**INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. SEPTIEMBRE 2009.**
**Código de carrera 43. Código de asignatura 203.**

**PRIMERA PARTE: PREGUNTAS TEÓRICAS**

**1.-** Una distribución que recoge las variaciones interanuales de una determinada magnitud macroeconómica toma los siguientes valores: –2, 1, –1, 3, –4. Un analista propone utilizar la media geométrica para su estudio de síntesis, descartando la media aritmética porque no la encuentra representativa al obtener un valor (–0,6) diferente a todos los obtenidos. Comente el planteamiento e indique qué ratio medio sería el más adecuado.

**Respuesta.-**

Si se tratase de tasas de variación interanual, el promedio adecuado sería la media geométrica. Pero, en este caso, se trata de variaciones interanuales, es decir diferencias del valor de la magnitud de que se trate en una fecha, menos el valor de dicha magnitud el año anterior. Tales variaciones (incrementos), no poseen carácter multiplicativo por lo que la media geométrica no sería la más adecuada, aunque puede calcularse pues es una raíz quinta de un número negativo (se obtendría un valor aproximado de –1,89).

La media aritmética sí que es representativa, aunque su valor no pertenezca al conjunto de los datos, y además es adecuada. Nos indica que, en promedio, la magnitud en cuestión ha ido decreciendo 6 décimas anuales.

**2.-** Defina los Cuantiles de una distribución de frecuencias.

**Respuesta.-**

Supuesta la población ordenada en orden creciente, se denomina cuantil cualquier valor que divide el recorrido de la variable en dos partes.

Por ejemplo, la mediana es aquel valor tal que el 50% de los valores de la variable son inferiores a él (y el otro 50% superiores).

Los cuartiles $Q_1$, $Q_2$ y $Q_3$ son aquellos valores que dejan por debajo al 25%, 50% y 75% respectivamente.

Los deciles $D_1$, $D_2$, ...., $D_9$ son aquellos valores que dejan por debajo al 10%, 20%, ...., 90% respectivamente.

En general, se denomina percentil $P_r$ aquel valor que deja por debajo al r% de la población, donde r = 1, 2, 3, ...., 99.

**3.-** Cite los ajustes no lineales por mínimos cuadrados que conozca indicando las expresiones que utilizaría para cada uno de los ajustes

**Respuesta.-**

Ajuste parabólico: $y = ax^2 + bx + c$.

Ajuste potencial: $y = a\cdot x^b$

Ajuste hiperbólico (hipérbola equilátera): $y = \frac{a}{x} + b$

Ajuste exponencial: $y = a\cdot b^x$.

**4.-** Ïndice de Precios de Paasche. Expresión analítica y problemas que presenta en relación con el Índice de Laspeyres.

**Respuesta.-**

Es una media de los índices simples de precios $\frac{p_{it}}{p_{i0}}$, ponderados con los valores $p_{i0}q_{it}$ de las

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
**www.telefonica.net/web/imm**

cantidades del año corriente a precios del año base: $P_P = \dfrac{\sum \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} \cdot 100 = \dfrac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} \cdot 100$

El problema que presenta en relación con el Índice de Laspeyres es la complejidad y el coste de tener que contabilizar precios y cantidades en cada periodo, mientras que en el índice de Laspeyres $\left( P_L = \dfrac{\sum p_{it} p_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} \cdot 100 \right)$ sólo se actualizan periódicamente los precios $p_{it}$.

**5.-** Explique el Método de las medias móviles para la determinación de la tendencia
**Respuesta.-**
Consiste en sustituir cada valor de una serie temporal por el promedio, centrado en dicho valor, de cierto número de valores que abarquen, normalmente, un periodo de un año. Esta nueva serie supone una suavización de la dada y pone de manifiesto la tendencia de la serie.

## SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

**1.-** El precio medio de un cierto producto, así como los Índices de Precios para el mismo, fueron, para los últimos años, los siguientes:

| Años | Precio (€) | Ii |
|---|---|---|
| 2.001 | 7 | 100 |
| 2.002 | 8 | 105 |
| 2.003 | 9 | 115 |
| 2.004 | 10 | 135 |
| 2.005 | 11 | 140 |
| 2.006 | 12 | 152 |
| 2.007 | 13 | 160 |

**a)** Realice un estudio comparativo de los precios de estos productos, en términos reales.

**b)** ¿Cuál es el incremento medio anual, en términos reales?

**c)** Si estos productos sufren en 2.008 un incremento de sus precios, en términos reales, del 6%, y el Índice de precios se incrementa en un 5%, ¿cuál seria el valor medio del producto en unidades monetarias corrientes de este año?

**Solución.-**

| **Años** | **Precios corrientes** | **Índices** | **Precios constantes** |
|---|---|---|---|
| 2001 | 7 | 100 | 7,00 |
| 2002 | 8 | 105 | 7,62 |
| 2003 | 9 | 115 | 7,83 |
| 2004 | 10 | 135 | 7,41 |
| 2005 | 11 | 140 | 7,86 |
| 2006 | 12 | 152 | 7,89 |
| 2007 | 13 | 160 | 8,13 |

Deflactamos la serie de precios dividiendo cada precio por el índice correspondiente y multiplicando por 100.

**a)** Observamos que, a pesar de que el incremento anual del precio ha sido de un euro (en precios corrientes), al tener en cuenta los índices de precios observamos que realmente los incrementos han sido menores, incluso en el año 2004 ha habido un incremento negativo de –0,42 € .

**b)** El incremento medio anual real (en euros contantes del año 2001) ha sido de $\dfrac{8{,}13-7}{6} = \dfrac{1{,}13}{6} \cong 0{,}188$ €.

e-mail: imozas@elx.uned.es
www.telefonica.net/web/imm

O bien en términos porcentuales para lo que hemos de calcular las tasas de variación anuales y los factores de variación:

| **Años** | **Precios constantes** | **Tasa** $T_i = \dfrac{p_i - p_{i-1}}{p_{i-1}}$ | **Factores de variación** $1 + T_i$ |
|---|---|---|---|
| 2001 | 7 | | |
| 2002 | 7,6 | 0,0884 | 1,0884 |
| 2003 | 7,8 | 0,0272 | 1,0272 |
| 2004 | 7,4 | –0,0535 | 0,9465 |
| 2005 | 7,86 | 0,0607 | 1,0607 |
| 2006 | 7,89 | 0,0048 | 1,0048 |
| 2007 | 8,1 | 0,0292 | 1,0292 |

La media geométrica de los factores de variación es:

$$\sqrt[6]{1{,}0884 \cdot 1{,}0272 \cdot 0{,}9465 \cdot 1{,}0607 \cdot 1{,}0048 \cdot 1{,}0292} \cong 1{,}0252$$

Lo que significa un incremento medio anual real en términos porcentuales del 2,52 %.

**c)** El precio medio en términos contantes en 2008 sería $8{,}13 \cdot 1{,}06 \cong 8{,}62$, mientras que el índice de precios sería $160 \cdot 1{,}05 = 168$. Luego el valor medio del producto en moneda corriente de 2008 sería $\dfrac{8{,}62 \cdot 168}{100} \cong 14{,}48$ €.

2. Calcular la Varianza, la Desviación Típica, el Coeficiente de Variación de Pearson y la Covarianza de la siguiente distribución:

| $x_i$ | $n_i$ |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 3 | 4 |
| 4 | 12 |
| 5 | 6 |
| 6 | 5 |

Interprete los resultados en términos de dispersión

**Solución.-**

De la tabla:

| $x_i$ | $n_i$ | $x_i n_i$ | $x_i^2 \cdot n_i$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 12 |
| 3 | 4 | 12 | 36 |
| 4 | 12 | 48 | 192 |
| 5 | 6 | 30 | 150 |
| 6 | 5 | 30 | 180 |
| | 30 | 126 | 570 |

obtenemos la media $a_1 = \dfrac{126}{30} = 4{,}2$ y la media de los cuadrados $a_2 = \dfrac{570}{30} = 19$, de donde:

Varianza = $19 - 4{,}2^2 = 1{,}36$ , desviación típica = $\sqrt{1{,}36} \cong 1{,}17$ y coeficiente de variación = $= \dfrac{1{,}17}{4{,}2} \cong 0{,}28$.

Por tratarse de un coeficiente de variación pequeño (< 1), podemos concluir que la dispersión no es grande y por tanto la media aritmética representa bien a la población.

La covarianza no está definida pues se trata de una distribución unidimensional.