| ESTADÍSTICA II | SEPTIEMBRE 2011. RESERVA |
|---|---|
| Código de la Carrera 65 | Código de la Asignatura 201 |

**PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES**

1. ¿Existe alguna diferencia entre función de cuantía, densidad o distribución? Explique la respuesta.

**Respuesta.-**

Si X es una variable aleatoria, se llama función de distribución a $F(x) = P[X \leq x]$. Se deduce que es una función creciente tal que $F(-\infty) = 0$ y $F(+\infty) = 1$.

Si X es una variable discreta que toma los valores $x_i$, $i \in I$, se llama función de cuantía o de probabilidad a aquella que asigna a cada $x_i$ el valor $P[X = x_i]$. Se cumple que:

$$0 \leq P[X = x_i] \leq 1 \text{ y } \sum_{i \in I} P[X = x_i]$$

Si X es una variable continua, se llama función de densidad a la función $f: R \to R$ tal que

$$f(x) \geq 0 \text{ y } F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

2. ¿Qué relación existe entre la distribución Binomial y la distribución de Bernoulli?.

**Respuesta.-**

La variable aleatoria X sigue una distribución de Bernoulli B(1, p) si su función de probabilidad es: $P(X = x) = \begin{cases} p, & \text{si } x = 1 \\ q = 1 - p, & \text{si } x = 0 \\ 0, & \text{para el resto de valores de } x \end{cases}$, siendo $0 < p < 1$.

Una variable X sigue una distribución binomial B(n, p) si es suma de n variables de Bernoulli B(1, p) independientes. En ese caso la función de probabilidad es

$$P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, & \text{si } x = 0,1,2,\ldots,n \\ 0, & \text{para el resto de valores de } x \end{cases}$$

3. Razone de forma intuitiva cuando un estimador es suficiente.

**Respuesta.-**

Un estimador $T = T(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ es suficiente para un parámetro $\theta$ si la distribución de $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ condicionada por $T = t$, no depende de $\theta$.

Intuitivamente significa que el estimador contiene toda la información que proporciona la muestra sobre el parámetro $\theta$ y que ningún otro estimador proporciona más información.

4. ¿Qué se entiende por potencia de un contraste?. Razone la respuesta.

Sea $H_0$ la hipótesis nula de un contraste. Sea $\beta$ la probabilidad de cometer error de tipo II, es decir, $\beta = P[\text{aceptar } H_0/H_0 \text{ falsa}]$. Se llama potencia del contraste a $1 - \beta =$ $= P[\text{rechazar } H_0/H_0 \text{ falsa}]$.

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
**http://telefonica.net/web/imm/**

# PROBLEMAS

1. Se supone que la rentabilidad de un producto ofrecido por una entidad bancaria es una variable aleatoria que tiene como función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} K\left(x^2 - 1\right) & si \quad 0 \le x \le 2 \\ 0 & en \quad otro \quad caso \end{cases}$$

a) Calcular el valor de $K$ para que $f(x)$ sea función de densidad.
b) Calcular la función de distribución.
c) La probabilidad de que la rentabilidad sea : $P(x > 1'5)$

**Solución.-**

Para cualquier valor de K≠0, la función f(x) cambia de signo en x = 1, luego no puede ser función de densidad.

2. El gasto en prendas de vestir por persona se distribuye según una distribución normal con desviación típica 12,3 €. Se ha tomado una muestra aleatoria simple en un mes tipo a 100 usuarios y se ha obtenido que el gasto total es de 4450€.

a) Estimar el gasto medio mensual por persona.
b) Construir un intervalo de confianza al 95% para el gasto medio mensual por persona.

**Solución.-**

**a)** Una estimación del gasto medio mensual por persona sería $\frac{4450}{100} = 44,5$ €

**b)** El intervalo de confianza para la media de una población normal N(μ, σ), conocida σ, es para el 95% de confianza, $\left[\overline{X} - \frac{1,96\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{1,96\sigma}{\sqrt{n}}\right]$, que en nuestro caso es $\left[44,5 - \frac{1,96 \cdot 12,3}{\sqrt{100}}, 44,5 + \frac{1,96 \cdot 12,3}{\sqrt{100}}\right]$ = [ 42,089 ; 46,911].