e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

ESTADÍSTICA II	**SEPTIEMBRE 2011**
Código de la Carrera 65	**Código de la Asignatura 201**

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. ¿Cuándo se puede decir que una distribución es uniforme?.Explique la respuesta.

Respuesta.-

Una variable aleatoria sigue una distribución uniforme en un intervalo [a, b], si la probabilidad de que X pertenezca a un subintervalo de longitud d es proporcional a d. Si es discreta, su función de probabilidad es $P(X_i) = \frac{1}{n}$, i = 1, 2, 3, ...n y cero en el resto.

Si es continua, su función de densidad es $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \le x \le b \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$

2. Explique el concepto de estimación puntual y estimación por intervalos.

Respuesta.-

Para estimar el valor de un parámetro estadístico desconocido de una población, tomamos una muestra y elegimos un estimador, esto es, una función de la muestra, que sea adecuado para estimar el parámetro desconocido, esto es, que posea el mayor número de propiedades (insesgadez, eficiencia, consistencia, suficiencia). El valor que proporcione el estimador para la muestra concreta es la estimación puntual del parámetro.

En cuanto a la estimación por intervalos, fijamos de antemano un cierto nivel de confianza, habitualmente un porcentaje alto y, conocida la distribución del estimador, que dependerá del parámetro a estimar, construimos un intervalo en el que la probabilidad de encontrar el parámetro sea el nivel de confianza fijado.

3. Comente brevemente si la Función de Distribución de una variable aleatoria puede ser decreciente.

Respuesta.-

No puede ser decreciente porque $F(x) = P[X \le x]$ y si $x_1 < x_2$, el suceso $[X \le x_1]$ está contenido en el suceso $[X \le x_2]$, luego $P[X \le x_1] \le P[X \le x_2]$ y por lo tanto $F(x_1) \le F(x_2)$.

4. ¿Qué tipos de hipótesis estadísticas podemos realizar en un contraste de hipótesis paramétrico?.

Respuesta.-

Las hipótesis paramétricas pueden ser <u>simples</u> cuando se refieren a un único valor del parámetro (ej. $\theta = \theta_0$) o <u>compuestas</u>, cuando se refieren a una región no puntual del espacio paramétrico (ej.: $\theta \ne \theta_0$, $\theta < \theta_0$, etc.).

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

PROBLEMAS

1. Una determinada empresa dedicada a la comercialización de naranjas ha observado que el peso de las naranjas que envasa para su comercialización sigue una distribución normal con media 170 gramos y desviación típica 10 gramos. Se desea conocer:

   a) La proporción de naranjas envasadas que pesan menos de 150 gramos o más de 200 gramos.
   b) Sabiendo que son rechazadas para la comercialización aquellas naranjas cuyo peso difiere en más de 30 gramos del peso medio, determinar la proporción de naranjas que se rechazan.

Solución.-

Sea X el peso de una naranja.

a) P(X < 150) + P(X > 200) = *(tipificando)* = P(Z < –2) + P(Z > 3) = *(tablas)* = = 0,0228 + 0,0013 = 0,0241

b) P(X < 140) + P(X > 200) = *(tipificando)* = P(Z < –3) + P(Z > 3) = *(tablas)* = = 2·0,0013 = 0,0026, es decir, un 0,26%.

2.- Con objeto de realizar una encuesta de opinión se selecciona una muestra aleatoria de 1000 personas. A cada una de ellas se les pregunta si están de acuerdo o no con el movimiento 15M. Como resultado se obtiene que 400 de las personas preguntadas están de acuerdo. Se pide:

   a) Obtener un intervalo de confianza al 95% y 99% para estimar la proporción real de personas que están de acuerdo con este movimiento.
   b) Explique los resultados.

Solución.-

a) El intervalo de confianza tiene la forma $\left[\hat{p} - \frac{\sqrt{\hat{p}\hat{q}}}{\sqrt{n}} z_{\frac{\alpha}{2}},\quad \hat{p} + \frac{\sqrt{\hat{p}\hat{q}}}{\sqrt{n}} z_{\frac{\alpha}{2}}\right]$, siendo $\hat{p} = \frac{1000}{400} = 0{,}4$, $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0{,}6$, n = 1000 y $z_{\frac{\alpha}{2}}$ es tal que, para una variable Z normal N(0,1), cumple:

Para el 95%: $P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right] = 0{,}95$. De las tablas se obtiene que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = 1,96.

Sustituyendo, queda el intervalo: $\left[0{,}4 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}4\cdot 0{,}6}{1000}}\ ,\ 0{,}4 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}4\cdot 0{,}6}{1000}}\right]$ = [0,3696 ; 0,4304]

Para el 99%: $P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right] = 0{,}99$. De las tablas se obtiene que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = 2,54.

Sustituyendo, queda el intervalo: $\left[0{,}4 - 2{,}58\sqrt{\frac{0{,}4\cdot 0{,}6}{1000}}\ ,\ 0{,}4 + 2{,}58\sqrt{\frac{0{,}4\cdot 0{,}6}{1000}}\right]$ = [0,36 ; 0,44] .

b) Observamos que, lógicamente, el intervalo de confianza del 99% contiene al del 95%.