e-mail: imozas@elx.uned.es
http://telefonica.net/web/imm/

ESTADÍSTICA II	FEBRERO 2011. 2ª semana
Código de la Carrera 65	Código de la Asignatura 201

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. ¿Existe alguna diferencia entre las variables aleatorias discretas y continuas? Ponga un ejemplo

Respuesta.-

X es discreta si toma un número finito o infinito numerable de valores.

X es continua si toma todos los valores de un intervalo.

Ejemplos: el número de clientes que entran en una tienda cada día es una variable discreta. Toma los valores {0, 1, 2, 3, ... }. El ingreso diario de la tienda anterior, es una variable continua que toma valores en el intervalo [0, +∞[.

2. . ¿Cuándo se puede aproximar una distribución Binomial a una de Poisson?

Respuesta.-

Cuando $n > 30$ y $p \leq 0{,}1$.

3. Explique cuales son las distribuciones asociadas a la normal y para qué se utilizan.

Respuesta.-

χ^2_n (Chi cuadrado con n grados de libertad) es la suma de los cuadrados de n variables normales N(0,1) independientes.

t_n (t-Student con n grados de libertad) es el cociente $\dfrac{U}{\sqrt{\dfrac{V}{n}}}$ donde U es normal N(0,1) y V es χ^2_n.

F_{n_1,n_2} (F de Snedecor con n_1 y n_2 grados de libertad) es el cociente $\dfrac{\dfrac{U}{n_1}}{\dfrac{V}{n_2}}$ donde U es $\chi^2_{n_1}$ y V es $\chi^2_{n_2}$

Se utilizan en el muestreo, para realizar estimaciones de parámetros o realizar contrastes de hipótesis dado que ciertos estadísticos notables se distribuyen como alguna de ellas.

4. ¿Qué métodos se pueden utilizar para la construcción de intervalos de confianza ¿cuál de ellos es preferible utilizar?. Razone la respuesta.

Respuesta.-

El método pivotal, basado en la posibilidad de obtener una función del parámetro desconocido cuya distribución no dependa del parámetro y el método general de Neyman basado en la distribución muestral de un estimador del parámetro.

Es preferible el método de Neyman pues permite construir el intervalo de confianza sin determinar la función de la muestra y del parámetro como requiere el método pivotal.

e-mail: imozas@elx.uned.es
http://telefonica.net/web/imm/

PROBLEMAS

1. En un control de tráfico se ha observado que el 5% de los conductores dan positivo en la prueba de alcoholemia y que el 10% de los conductores no llevan abrochado el cinturón de seguridad. También se ha observado que las dos infracciones son independientes. Un guardia de tráfico para a quince conductores al azar. Se pide:

   a) La probabilidad de que 5 de ellos hayan cometido alguna de las dos infracciones.
   b) La probabilidad de que al menos uno haya cometido alguna de las dos infracciones.
   c) Sabiendo que al menos 5 conductores no llevan abrochado el cinturón de seguridad, calcular la probabilidad de que como máximo 6 conductores den positivo en la prueba de alcoholemia.

Solución.-

Elegimos al azar un individuo cualquiera. Consideremos los sucesos independientes A = "da positivo en la prueba de alcoholemia" y B = "no lleva abrochado el cinturón de seguridad". Entonces $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0{,}05 + 0{,}1 - 0{,}05\cdot 0{,}1 = 0{,}145$ es la probabilidad de que un individuo haya cometido alguna de las dos infracciones.

Para la muestra de 15 conductores dada, consideremos las variables aleatorias:

X = "nº de conductores que dan positivo en la prueba de alcoholemia", que es binomial B(15; 0,05);

Y = "nº de conductores que no llevan abrochado el cinturón de seguridad" que es binomial B(15; 0,1);

Z = "nº de conductores que ha cometido alguna de las dos infracciones" que es binomial B(15; 0,145).

Tendremos entonces que:

a) $P\,(Z = 5) = \binom{15}{5} 0{,}145^5 \cdot 0{,}855^5 \cong 0{,}088$

b) $P(Z \geq 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - P(Z = 0) = 1 - 0{,}855^{15} \cong 0{,}84$

c) $P[X \leq 6 / Y \geq 5]$ = *(por ser X e Y independientes)* = $P[X \leq 6]$ = *(tablas)* = 1.

2. Se sabe que en una determinada ciudad el número mensual de personas que asisten al teatro sigue una distribución normal con una media de 160 personas. Se toma una muestra aleatoria y se obtiene como varianza muestral 64(personas)^2.

   a) Considerando que la muestra seleccionada es de 81 personas ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 158,62 y 161,38 personas?
   b) Calcular la probabilidad del apartado anterior considerando una muestra de 10 personas.
   c) Explique ambos resultados.

Solución.-

a) Al ser n > 30, podemos considerar que $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{S}\sqrt{n}$ se distribuye aproximadamente normal N(0,1), luego:

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

$$P\left[158{,}62 < \overline{X} < 161{,}38\right] = P\left[\frac{-1{,}38}{8}\cdot 9 < Z < \frac{1{,}38}{8}\cdot 9\right] \cong P\left[-1{,}55 < Z < 1{,}55\right] = 0{,}9394 - 0{,}0606 = 0{,}8788$$

b) Al ser n < 30, consideramos que la variable $T = \frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n}$ se distribuye como una t-Student con n−1 grados de libertad. Luego:

$$P\left[158{,}62 < \overline{X} < 161{,}38\right] = P\left[\frac{-1{,}38}{8}\cdot\sqrt{10} < T < \frac{1{,}38}{8}\cdot\sqrt{10}\right] \cong P\left[-0{,}5455 < T < 0{,}5455\right] \cong 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}4$$

c) Podemos comprobar que una muestra de 81 personas proporciona mucha más probabilidad de que la media muestral esté en el intervalo propuesto que una muestra de 10 personas.