e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

ESTADÍSTICA II	SEPTIEMBRE 2009
Código de la Carrera 65	Código de la Asignatura 201

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1 . Explique para que sirven los momentos de una variable aleatoria.

Respuesta.-

Permiten cuantificar medidas de dispersión y de forma para comparar distribuciones

2. ¿Qué relación existe entre la distribución Binomial y la de Bernoulli?

Respuesta.-

La variable aleatoria X sigue una distribución de Bernoulli B(1, p) si su función de probabilidad es: $P(X = x) = \begin{cases} p, & \text{si } x = 1 \\ q = 1 - p, & \text{si } x = 0 \\ 0, & \text{para el resto de valores de } x \end{cases}$, siendo $0 < p < 1$.

Una variable X sigue una distribución binomial B(n, p) si es suma de n variables de Bernoulli B(1, p) independientes. En ese caso la función de probabilidad es

$$P(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, & \text{si } x = 0,1,2,\ldots,n \\ 0, & \text{para el resto de valores de } x \end{cases}$$

3. ¿Porqué se considera más aconsejable la utilización de los estimadores máximo verosímiles frente a los estimadores obtenidos por el método de los momentos?

Respuesta.-

Por que, en general, los estimadores obtenidos por el método de la máxima verosimilitud, son más eficientes que los obtenidos por el método de los momentos.

4. ¿Por qué se utilizan los contrastes de significación sabiendo que normalmente no son contrastes uniformemente más potentes?

Respuesta.-

Por que los contrastes de significación tienen muy buenas propiedades cuando el tamaño de la muestra es grande.

PROBLEMAS

1.- Se sabe que el 10% de los hogares que reciben un catálogo de venta a distancia realizan un pedido. En el proximo mes se van a enviar catálogos a 1000 hogares. Calcular la probabilidad de que en el próximo mes:

a) realicen un pedido al menos 400 hogares.

b) que realicen un pedido más de 50 hogares y menos de 200.

c) El número esperado de hogares que realicen un pedido.

d) Justificar la distribución de probabilidad utilizada para la resolución del problema.

Solución.-

La variable X = “nº de hogares que realizan un pedido” es $B(1000; 0{,}1) \cong N(100, \sqrt{90})$. Puesto que los valores significativos de X son enteros, haremos la correspondiente corrección por continuidad. Así pues:

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

a) $P[X \geq 400] = P[X \geq 399{,}5] = P\left[Z \geq \frac{299{,}5}{\sqrt{90}}\right] = P[Z \geq 31{,}57] \cong 0.$

b) $P[50 < X < 200]=P[50{,}5 \leq X \leq 199{,}5] = P\left[\frac{-49{,}5}{\sqrt{90}} \leq Z \leq \frac{99{,}5}{\sqrt{90}}\right] = P[-5{,}22 \leq Z \leq 10{,}49] \cong 1.$

c) $E[X] = np = 100$

d) En virtud del teorema de Moivre, si X es B(n, p), entonces, cuando $n \to \infty$, la variable $\frac{X - np}{\sqrt{npq}}$ tiende hacia una distribución N(0, 1).

Se considera buena aproximación cuando $np > 5$ y $p \leq 1/2$ o bien cuando $nq > 5$ y $p > 1/2$.

2.- Se sabe que el gasto anual en publicidad de un grupo de empresas es una variable aleatoria cuya distribución se supone normal. Para llevar un control sobre este gasto se selecciona una muestra aleatoria simple de 9 empresas, pertenecientes al grupo, obteniendo los siguientes resultados

:

Empresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Gasto anual en publicidad	4.900	4.700	4.800	4.300	4.800	4.600	5.000	4.900	4.720

(Datos en euros)

a) ¿Qué valores se pueden considerar como admisibles para el gasto medio anual en publicidad, utilizando un nivel de confianza del 95%?.

Solución.-

La variable aleatoria $\frac{\overline{X} - \mu}{S}\sqrt{n}$ se distribuye t-Student con n–1 grados de libertad. Para n = 9, encontramos en las tablas que el intervalo al 95% de nivel de confianza, para 8 grados de libertad, es:

$$\left[\overline{X} - \frac{2{,}306 \cdot S}{3}, \overline{X} + \frac{2{,}306 \cdot S}{3}\right]$$

Con los datos del problema, efectuando los cálculos procedentes, obtenemos una media muestral $\overline{x} = 4746{,}67$ y una desviación típica muestral de s = 206,40 y sustituyendo obtenemos el intervalo de confianza : [4588 ; 4905]