e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm

DIPLOMATURA DE CIENCIAS EMPRESARIALES DE LA UNED.

PRI MERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Si el coeficiente de asimetría de Fisher es igual a 0, que podemos afirmar sobre la simetría de una distribución de frecuencias unidimensional.

Respuesta.-

La distribución puede ser o no simétrica. Si fuese simétrica, necesariamente el coeficiente de asimetría de Fisher sería cero.

2. Concepto y propiedades de la varianza.

Respuesta.-

Considerados los valores x_i de una variable con frecuencias respectivas n_i, i = 1, 2, 3, ..., r, siendo $n = \sum_{i=1}^{r} n_i$, cuya media aritmética representamos por $\bar{x}$, denominamos varianza a $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}(x_i - \bar{x})^2 n_i$. Se trata de una medida de dispersión puesto que expresa el promedio de los cuadrados de las desviaciones de cada valor respecto de su media aritmética.

Propiedades:

1) $s^2 \geq 0$ pues se trata de un promedio de cuadrados y, por tanto, no negativos.

2) Si f(k) = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}(x_i - k)^2 n_i$, entonces $s^2 \leq f(k)$

3) La varianza no se ve afectada por los cambios de origen pero sí por los de escala. Es decir si $y_i = ax_i + b$, entonces $s_y^2 = a^2 s_x^2$

4) Puede calcularse en función de los momentos respecto del origen: $s^2 = a_2 - a_1^2$

3. Defina los conceptos de intersección de sucesos y sucesos incompatibles y ponga un ejemplo de cada uno.

Respuesta.-

Dados dos sucesos A y B, se denomina suceso intersección $A \cap B$ al formado por todos los sucesos elementales pertenecientes simultáneamente a A y a B. Por ejemplo, lanzamos un dado de seis caras numeradas del 1 al 6. Sean A = "obtener número par" = {2, 4, 6} y B = "obtener número mayor que 2" = = {3, 4, 5, 6}. Entonces $A \cap B$ sería el suceso "obtener número par y mayor que 2" = {4, 6}.

Sucesos incompatibles son aquellos que no pueden verificarse simultáneamente. Por ejemplo, en el experimento anterior, si C es el suceso "obtener el número 1", entonces A y C son incompatibles y también lo son B y C.

4. Enumere y explique las distintas propiedades de los números índice.

Respuesta.-

a) Existencia: Todo número índice ha de tener un valor finito distinto de cero.

b) Identidad: Si se hacen coincidir el período base y el período actual el valor del índice tiene que ser igual a la unidad (o a 100 si se elabora en porcentajes): $I_t^t = 100$

c) Inversión: el índice del año 0 calculado con la base del año t, ha de ser igual al inverso del índice del año t calculado en base del año 0: $I_t^0 = \frac{1}{I_0^t}$ o equivalentemente $I_t^0 \cdot I_0^t = 1$ (expresados los índices en tanto por uno)

d) Circular. Generaliza la anterior: $I_t^0 \cdot I_{t'}^t \cdot I_0^{t'} = 1$ (expresados los índices en tanto por uno)

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm

e) Proporcionalidad: Si en el período actual todas las magnitudes experimentan una variación proporcional, el número índice tiene que experimentar también dicha variación.

PROBLEMAS

1.- Dada la siguiente distribución de frecuencias unidimensional, correspondiente a los salarios de una determinada empresa, calcular la concentración de los mismos a través del Índice de Gini y representarlo gráficamente a través de la Curva de Lorenz. Interprete los resultados obtenidos.

(L_{i-1},L_i)	n
[800-1200]	50
(1200-2000]	150
(2000-2500]	33
(2500-6000]	15
(6000-10000]	2

Solución.-
Con las marcas de clase construimos la tabla:

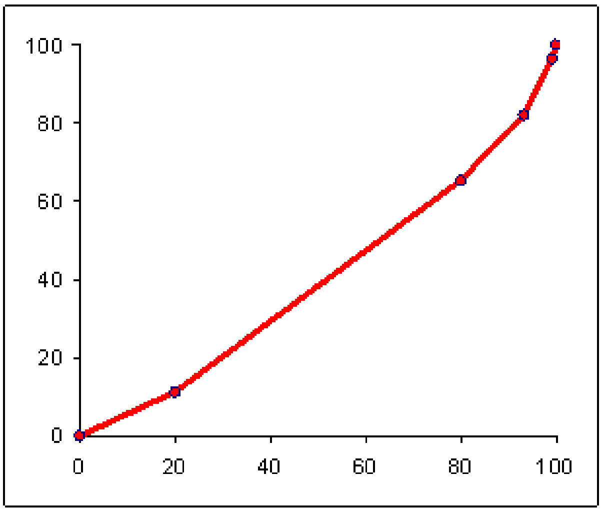
x_i	n_i	N_i	p_i	$x_i n_i$	u_i	q_i	$p_i - q_i$
1000	50	50	20	50000	50000	11,26	8,74
1600	150	200	80	240000	290000	65,32	14,68
2250	33	233	93,2	74250	364250	82,04	11,16
4250	15	248	99,2	63750	428000	96,40	2,80
8000	2	250		16000	444000	100,00	
	250		292,4				37,39

de donde obtenemos:

$$IG = \frac{37,39}{292,4} \cong 0,1279$$

El valor obtenido significa que el nivel de concentración no es muy elevado y, por tanto, la distribución de los salarios es bastante equilibrada.

La curva de Lorenz es la poligonal que une los puntos (0, 0), (p_i, q_i) y (100, 100):



e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm

2.- Dada la siguiente distribución bidimensional, siendo 2, 3, 4 y 10 los valores de la variable exógena (x):

	1	3	4	8
2	1	0	8	1
3	2	2	9	3
4	1	1	3	4
10	4	3	0	2

Calcular la recta de regresión que relaciona ambas variables, la bondad del ajuste y la varianza residual. Justifique sus respuestas.

Solución.-

Construimos la tabla con las distribuciones marginales:

x_i \ y_j	**1**	**3**	**4**	**8**	$n_{i\cdot}$	$x_i \cdot n_{i\cdot}$	$x_i^2 n_{i\cdot}$
2	1	0	8	1	10	20	40
3	2	2	9	3	16	48	144
4	1	1	3	4	9	36	144
10	4	3	0	2	9	90	900
$n_{\cdot j}$	8	6	20	10	$\boxed{44}$	194	1228
$y_j n_{\cdot j}$	8	18	80	80	186		
$y_j^2 n_{\cdot j}$	8	54	320	640	1022		

más la tabla de los productos $x_i y_j n_{ij}$, con el total:

x_i \ y_j	**1**	**3**	**4**	**8**	
2	2	0	64	16	
3	6	18	108	72	
4	4	12	48	128	
10	40	90	0	160	
					$\boxed{768}$

De aquí obtenemos los momentos:

a_{10}= 4,41 m_{20}= 8,47
a_{01}= 4,23 m_{02}= 5,36
a_{11}= 17,45 m_{11}= –1,18
a_{20}= 27,91
a_{02}= 23,23

Así pues, la recta de regresión de Y/X:

$$y - 4{,}23 = \frac{-1{,}18}{8{,}47}(x - 4{,}41) \quad \leftrightarrow \quad y = -0{,}14x + 4{,}84$$

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm

El coeficiente de determinación $R^2 = \dfrac{(-1{,}18)^2}{8{,}47 \cdot 5{,}36} \cong 0{,}03$, lo cual significa que el ajuste no es bueno pues solamente un 3% de la varianza está explicada por la regresión.

La varianza residual $S_{ry}^2 = m_{02} - \dfrac{m_{11}^2}{m_{20}} = 5{,}36 - \dfrac{(-1{,}18)^2}{8{,}47} \cong 5{,}19$, que es efectivamente el 97% de la varianza de la variable dependiente m_{02}.