e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm

JUNIO 2009. PRIMERA SEMANA

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Concepto de independencia entre dos sucesos.

Respuesta.-

Dos sucesos A y B son independientes cuando se verifica una cualquiera de las siguientes condiciones; :

$P(A/B) = P(A)$, si $P(B) > 0$

$P(B/A) = P(B)$, si $P(A) > 0$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Si $P(B) > 0$ y $P(A/B) = P(A) \Rightarrow P(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ y si $P(A) > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) \Rightarrow P(B/A) = P(B)$.

Es decir, las tres condiciones son equivalentes.

2. Enumere y explique muy brevemente los métodos que conozca de determinación de la tendencia en una serie temporal.

Respuesta.

- Método gráfico: representando en abscisas los periodos y en ordenadas los valores, basta unir con una poligonal los puntos obtenidos.

- Método de las medias móviles: se obtiene la media aritmética de cada r periodos consecutivos. Si r es impar, dicha media se le asigna al periodo intermedio; si r es par, vuelven a promediarse cada dos medias consecutivas.

- Método de los mínimos cuadrados: consiste en ajustar una recta de regresión mínimo cuadrática a la serie de promedios anuales.

3. Enumere y explique los distintos tipos de números índice existentes.

Respuesta.-

Índices simples: Si x_t es el valor de una magnitud en el periodo t y x_0 es el valor de esa magnitud en el periodo cero (periodo base), el índice simple de la magnitud en cuestión en el periodo t es $I_0^t = \dfrac{x_t}{x_0} \cdot 100$.

Índices complejos sin ponderar: Si I_{i0}^t es el índice simple de la magnitud i-ésima (i = 1, 2, 3, ..., n) en el periodo t, con base en el periodo cero. Entonces el índice complejo sin ponderar es la media aritmética de ellos:

$$I_0^t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{i0}^t$$

Índices complejos ponderados: Es la media aritmética ponderada de índices simples, donde cada índice I_{i0}^t es ponderado por un coeficiente de ponderación W_i:

$$I_0^t = \frac{\sum_{i=1}^{n} I_{i0}^t \cdot W_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

e-mail: imozas@elx.uned.es
http://telefonica.net/web/imm

4. Propiedades de la media aritmética.

Respuesta.-

1. La media aritmética de la variable que se obtiene efectuando un cambio de origen y escala en una variable dada, resulta de efectuar el mismo cambio de origen y escala en la media aritmética da la variable dada. En fórmulas:

$$\text{Si } y_i = \frac{x_i - a}{b}, \text{ entonces } \bar{y} = \frac{\bar{x} - a}{b}$$

2. Una consecuencia de la anterior propiedad es que si a una variable se le resta su media aritmética entonces la media aritmética de la nueva variable es cero. Es decir: $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{r}(x_i - \bar{x})n_i = 0$

3. Siempre se cumple que $\sum_{i=1}^{r}(x_i - \bar{x})^2 n_i \leq \sum_{i=1}^{r}(x_i - a)^2 n_i$, cualquiera que sea el número a.

4. Establecida una partición de la población en r clases disjuntas, entonces la media de las medias parciales de cada clase, ponderada con el número de individuos de la clase, es la media de la población.

PROBLEMAS

1.- Se tiene representado a través de la siguiente tabla de distribución bidimensional, los ingresos mensuales y las edades de una determinada población:

	[18-25]	(25-35]	(35-45]	(45-55]	(55-65]
[600-1200]	25	10	12	2	0
(1200-2000]	15	18	23	20	0
(2000-4000]	11	33	30	44	21
(4000-6000]	3	3	5	8	31
(6000-15000]	0	0	1	1	4

Calcular la mediana de la distribución marginal de edad y la moda de la distribución marginal de ingresos mensuales.

Solución.-

Distribución marginal de las edades:

Clases	**Frecuencia ($n_{\cdot j}$)**	**Frecuencia acumulada ($N_{\cdot j}$)**
[18, 25]	54	54
(25, 35]	64	118
(35, 45]	71	189
(45, 55]	75	264
(55, 65]	56	320

Puesto que $\frac{N}{2} = 160$, la clase mediana es (35, 45], luego la mediana:

e-mail: imozas@elx.uned.es
http://telefonica.net/web/imm

$$\text{Me} = 35 + \frac{160-118}{71}10 \cong 40{,}92$$

Distribución marginal de los ingresos:

Clases	**Frecuencia ($n_{i\cdot}$)**	**Densidad de frecuencia** $h_{i\cdot} = \frac{n_{i\cdot}}{c_i}$
[600-1200]	49	$\frac{49}{600} \cong 0{,}0817$
(1200-2000]	76	$\frac{76}{800} = 0{,}095$
(2000-4000]	139	$\frac{139}{2000} = 0{,}0695$
(4000-6000]	50	$\frac{50}{2000} = 0{,}025$
(6000-15000]	6	$\frac{6}{9000} \cong 0{,}00067$

La clase modal es (1200, 2000], luego la moda:

$$\text{Mo} = 1200 + \frac{0{,}0695}{0{,}0817 + 0{,}0695} \cdot 800 \cong 1567{,}7$$

2.- Los ingresos mensuales de una determinada compañía han sido en los últimos 2 años:

	2007	**2008**
enero	100	150
febrero	110	160
marzo	130	180
abril	150	200
mayo	140	210
junio	130	200
julio	125	190
agosto	150	220
septiembre	160	210
octubre	175	200
noviembre	180	190
diciembre	180	180

Calcular la tendencia de esta serie a través del método de las medias móviles empleando 4 observaciones. Representar gráficamente dicha tendencia.

Solución.-

Al tratarse de un número par de observaciones, si numeramos los meses del 1 al 24, calcularemos una primera tabla con las medias $\frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} = \overline{y}_{2,5}$, $\frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4} = \overline{y}_{3,5}$, etc:

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm

2007	2008
	167,5
122,5	172,5
132,5	187,5
137,5	197,5
136,25	200
136,25	205
141,25	205
152,5	205
166,25	205
173,75	195
171,25	
167,5	

Seguidamente calculamos la tabla con las medias $\overline{\overline{y}}_3 = \dfrac{\overline{y}_{2,5} + \overline{y}_{3,5}}{2}$, $\overline{\overline{y}}_4 = \dfrac{\overline{y}_{3,5} + \overline{y}_{4,5}}{2}$, etc:

	2007	2008
enero		167,5
febrero		170
marzo	127,5	180
abril	135	192,5
mayo	136,875	198,75
junio	136,25	202,5
julio	138,75	205
agosto	146,875	205
septiembre	159,375	205
octubre	170	200
noviembre	172,5	
diciembre	169,375	

La tendencia puede representarse mediante la poligonal que une los veinte valores anteriores: