e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

CURSO 2010/2011.	**JUNIO. 2ª semana**
Código de la Carrera 42	**Código de la Asignatura 209.**

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Sabiendo, que una de las condiciones que debe verificar $f(x)$ para que sea una función de densidad de la variable aleatoria continua X, es que: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ explique el significado de dicha condición y el porqué de la misma.

Respuesta.-

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ significa la probabilidad de que la variable aleatoria continua X tome sus valores entre $-\infty$ y $+\infty$. Se trata por tanto de la probabilidad del suceso seguro. Por eso su valor es 1.

2. ¿Cuál es el objetivo de un contrate de hipótesis? Razone la respuesta.

Respuesta.-

El objetivo es valorar si una determinada hipótesis estadística referida a una característica de la población es o no admisible, dentro de unos márgenes de probabilidad que nos fijamos de antemano. El contraste puede ser paramétrico o no paramétrico según lo sea la característica a contrastar. (Por ejemplo, un contraste sobre el valor de la media poblacional sería paramétrico y uno sobre la forma de la función de densidad. sería no paramétrico)

3. Explicar conceptualmente qué mide la potencia de un contraste.

Respuesta.-

Es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula H_0. Si H_0 es cierta, entonces Potencia = = P[rechazar H_0/ H_0 cierta] = α (probabilidad del error de tipo I); si H_0 es falsa $\rightarrow$ Potencia = = P[rechazar H_0/ H_0 falsa] = 1 – P[aceptar H_0/ H_0 falsa] = 1 – β (donde β = probabilidad del error de tipo II)

4. ¿Son eficientes los estimadores obtenidos por el método de los momentos? (razonar la respuesta).

Respuesta.-

Aunque en algunos casos (por ejemplo, cuando se quieren estimar momentos poblacionales) son insesgados, en general los estimadores obtenidos por el método de los momentos no son insesgados, por tanto no son eficientes.

PROBLEMAS

1. Sabemos que las ventas de teléfonos móviles es de 119.000 terminales al mes con una desviación típica, de 9.000. Si no conocemos la distribución de probabilidad de las ventas mensuales, se pide obtener:

a) La probabilidad de que las ventas mensuales esté comprendidas entre 100.000 y 140.000 teléfonos.

b) El menor intervalo de tal manera que al menos el 95% de las ventas mensuales estén en ese intervalo.

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

Solución.-

a) Consideramos que μ = 119000 es el número medio de ventas de teléfonos móviles al mes. Al desconocer la distribución de las ventas mensuales, podemos calcular con la ayuda de la desigualdad de Chebychev, una acotación de la probabilidad pedida:

P[100000 < X < 140000] ≥ P[100000 < X < 138000] = P[–19000 < X – 119000 < 19000] =

= P[| X – 119000 | < 19000] ≥ *(desigualdad de Chebychev)* $\geq 1 - \frac{81000000}{361000000} \cong 0{,}7756$

b) P[| X – 119000 | < k] ≤ *(desigualdad de Chebychev)* $\geq 1 - \frac{\sigma^2}{k^2} = 1 - \frac{81000000}{k^2} \geq 0{,}95$,

de donde $k \geq \frac{9000}{\sqrt{0{,}05}} \cong$ 40249. Luego para k = 40249 se tendrá el menor intervalo:

$$|X - 119000| < 40249 \quad \leftrightarrow \quad [78751,\ 159249]$$

2. Se selecciona una muestra aleatoria de 500 familias residentes en España, se les pregunta por la utilización de la Administración electrónica, 75 de ellas responden afirmativamente. Se pide obtener un intervalo de confianza al nivel del 95% para estimar la proporción real de familias que usan los servicios de la Administración electrónica.

Solución.-

Siendo p la proporción poblacional y $\hat{p}$ la proporción muestral, el intervalo de confianza para p es: $\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$. En la tabla de la distribución normal N(0,1), para una probabilidad 0,95 encontramos que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = 1,96, luego el intervalo sería:

$$\left[\frac{75}{500} - 1{,}96\sqrt{\frac{\frac{75}{500}\left(1-\frac{75}{500}\right)}{500}}\ ,\ \frac{75}{500} + 1{,}96\sqrt{\frac{\frac{75}{500}\left(1-\frac{75}{500}\right)}{500}}\right] \cong [0{,}1187\ ;\ \ 0{,}1813]$$