e-mail: **imozas@elx.uned.es**
www.telefonica.net/web/imm

ESTADÍSTICA TEÓRICA II. FEBRERO 2011. 2ª SEMANA

PRIMERA PARTE: CUESTIONES

1.- Error cuadrático medio de un estimador. Relación con el sesgo de dicho estimador.

2.- Definición de estimador suficiente. Relación entre estimador suficiente y estimador eficiente.

3.- Concepto de región de confianza.

4.- Regla de decisión y región crítica para el siguiente contraste sobre la desviación típica de una población normal con media conocida: hipótesis nula H_0: $\sigma^2 \le \sigma_o^2$ frente a la hipótesis alternativa H_1: $\sigma^2 > \sigma_o^2$

PROBLEMAS

1.- Dada la población binomial B(1, θ), se quiere contrastar la hipótesis H_0: $\theta = \frac{2}{3}$; frente a la hipótesis alternativa H_1: $\theta < \frac{2}{3}$. Para ello se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 6. Si se sabe que la región crítica es $T \le 1$, siendo $T = \sum_{i=1}^{6} x_i$, determine la función de potencia y el nivel de significación.

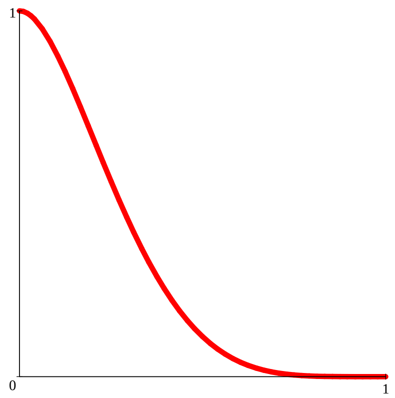
Solución.-

El estadístico T se distribuirá como una binomial B(6, θ). Luego:

Función de potencia = P[rechazar H_0] = P[T ≤ 1] = P[T = 0] + P[T = 1] =

$$= \binom{6}{0}\theta^0(1-\theta)^6 + \binom{6}{1}\theta^1(1-\theta)^5 = (1-\theta)^6 + 6\theta(1-\theta)^5 = (1-\theta)^5(1-\theta+6\theta) = \mathbf{(1-\theta)^5(1+5\theta)}.$$

La gráfica aproximada:



Nivel de significación $\alpha = P\left[T \le 1 \middle/ \theta = \frac{2}{3}\right] =$ *(aprovechamos la fórmula anterior)* =

$$\left(1-\frac{2}{3}\right)^5\left(1+\frac{10}{3}\right) = \frac{13}{3^6} \cong 0{,}01646.$$

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
www.telefonica.net/web/imm

2.- Después de un amplio debate interno la agrupación local del partido X de la ciudad Bellavista ha decidido celebrar primarias para la elección de su candidato a alcalde. Los dos aspirantes aseguran contar con el apoyo de los ciudadanos. El candidato Sr. Q., que está diseñando su campaña, desea conocer un intervalo de confianza de la proporción de sus votantes con un nivel de confianza del 95%. Para ello, su equipo ha realizado un muestreo aleatorio con un total de 500 encuestados, de los que 150 aseguran votarán al Sr. Q.. Con esta información, ¿cuál sería el intervalo de confianza obtenido?.

Solución.-

Siendo p la proporción poblacional y $\hat{p}$ la muestral, el intervalo de confianza para p es: $\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$. En la tabla de la distribución normal N(0,1) , para una probabilidad 0,95 encontramos que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = 1,96. Teniendo en cuenta que $\hat{p} = \frac{150}{500} = 0{,}3$, el intervalo de confianza sería:

$$\left[0{,}3 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{500}},\ 0{,}3 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{500}}\right] \cong [0{,}256;\ 0{,}340]$$