e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2011. 2ª SEMANA. EXAMEN TIPO A
Código asignatura. 207. Código carrera 43.

PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª—En una urna hay 2 bolas rojas y 3 blancas, se realizan dos extracciones sin reemplazamiento ¿cuál es la probabilidad de obtener al menos una bola roja?:
a) 7/10 b) 2/5 c) 6/20 d) Ninguna es correcta.

2ª.- Dada la variable aleatoria ζ con $f(x) = x^{-2}$ para $x \geq 1$, su esperanza matemática es igual a:
a) 1 b) 0 c) No tiene d) Ninguna es correcta.

3ª.- Sean los sucesos A y B, se cumple que:
a) $P(A \cap B) \leq 1 - P(\overline{A}) - P(\overline{B})$ b) $P(A \cap B) \geq 1 - P(\overline{A}) - P(\overline{B})$
c) $P(A \cap B) \geq P(\overline{A}) - P(\overline{B})$ d) Ninguna es correcta.

4.- Si una variable aleatoria ζ se distribuye N(12;σ), la P(ζ<14) es:
a) > 0'5 b) < 0'5 c) = 0'5 d) Ninguna es correcta.

5ª.- La función característica $\varphi(t) = q + pe^{it}$, corresponde a una v. a. con distribución:
a) Poisson b) Pascal c) Bernouille d) Ninguna es correcta.

6ª.- El campo de variación de la distribución gamma es el intervalo:
a) -∞ a +∞ b) 0 a +∞ c) 0 a n d) Ninguna es correcta-

7ª La v.a. η tiene como $\varphi(t) = e^{3it-2t^2}$. ¿Cuál es la $P(2 \leq \eta \leq 6)$:
a) ≅ 0'4372 b) ≅ 0'6247 c) ≅ 0'2583 d) Ninguna es correcta.

8ª.- La moda de una variable aleatoria verifica que:
a) Existe siempre b) Puede no ser única c) Es única d) Ninguna es correcta.

9ª.- La función $g(x) = \frac{3}{2}x(x-1)$ para $0 < x < 2$ y 0 en los demás casos es función de:
a) Densidad b) Generatriz c) Distribución d) Ninguna es correcta.

10ª.- Las variables aleatorias $\eta \equiv N(-4;1)$ y $\gamma \equiv N(-3;\sqrt{3})$ son independientes. Sea $\lambda = \gamma - \eta$, ¿cuál es la $P(-0'9 < \lambda < 1'6)$?:
a) ≅ 0'0532 b) ≅ 0'5532 c) ≅ 0'4468 d) Ninguna es correcta.

ALGUNAS ACLARACIONES.-

1ª) La probabilidad de obtener 2 bolas blancas es $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} = \frac{3}{10}$. La probabilidad de obtener al menos una roja es la del suceso contrario de obtener dos blancas, luego será $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

3ª) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$. Como $P(A) = 1 - P(\overline{A})$ y $P(B) = 1 - P(\overline{B})$, sustituyendo queda $1 - P(\overline{A}) + 1 - P(\overline{B}) - P(A \cap B) \leq 1 \;\leftrightarrow\; P(A \cap B) \geq 1 - P(\overline{A}) - P(\overline{B})$

7ª) φ(t) es la función característica de una variable normal N(3, 2), luego $P(2 \leq \eta \leq 6)$ = = *(tipificando)* = $P(-0{,}5 \leq Z \leq 1{,}5)$ = *(tablas)* = 0,6247.

9ª) Las funciones de densidad, generatriz y de distribución, son no negativas, mientras que la función g es negativa para $0 < x < 1$.

10ª) La variable λ es normal N(1, 2) luego P(–0,9 < λ < 1,6) = *(tipificando)* = = P(–0,95 < Z < 0,3) = *(tablas)* = 0,4468.

EJERCICIOS.

1º.- Sea la variable aleatoria bidimensional (ξ,η) con $f(x,y) = \frac{3}{2}y^2$ para $0 \le x \le 2$; $0 \le y \le 1$ y 0 en los demás casos. Se pide: 1) Comprobar que f(x,y) es función de densidad y ver si las variables ξ y η son independientes. 2) Probabilidad de los sucesos $\{\xi \le 1\}$ $\{\eta \ge 1/2\}$ y comprobar si son independientes.

Solución.-

1) $\int_0^2\int_0^1 \frac{3}{2}y^2 dydx = \frac{3}{2}\cdot 2\cdot\frac{1}{3} = 1$ luego f(x,y) es función de densidad.. Se tiene además que $f_1(x) = \int_0^1 \frac{3}{2}y^2 dy = \frac{1}{2}$, $0 \le x \le 2$ y $f_2(y) = \int_0^2 \frac{3}{2}y^2 dx = 3y^2$, $0 \le y \le 1$. Luego se comprueba que $f(x,y) = f_1(x)\cdot f_2(y)$, por lo que ξ y η son independientes.

2) $P[\xi \le 1] = \int_0^1 \frac{1}{2}dx = \frac{1}{2}$

$P\left[\eta \ge \frac{1}{2}\right] = \int_{\frac{1}{2}}^1 3y^2 dy = \frac{7}{8}$

$P\left[\xi \le 1, \eta \ge \frac{1}{2}\right] = \int_0^1\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{3}{2}y^2 dydx = \frac{7}{16} = \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{8}$, luego los sucesos son independientes.

2º.- En un Colegio del total de alumnos de 4º de la ESO, el 35 por ciento eligieron la opción A, el 40 por ciento la opción B y el resto otras opciones; el porcentaje de mujeres en estas opciones es del 50, 55 y 45 respectivamente. Elegido un alumno al azar, se pide hallar: 1) Probabilidad de que el alumno elegido sea de sexo femenino. 2) Si es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la opción A?. 3) ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno elegido sea mujer y de la opción B?.

Solución.-

Consideramos los sucesos A = "el alumno elegido es de la opción A", B = "el alumno elegido es de la opción B", C = "el alumno elegido es de otras opciones" y M = "el alumno elegido es mujer". Los datos son: P(A) = 0,35, P(B) = 0,4, P(C) = 0,25, P(M/A) = 0,5, P(M/B) = 0,55 y P(M/C) = 0,45. Se tendrá:

1) Por el teorema de la probabilidad total, P(M) = 0,35·0,5+0,4·0,55+0,25·0,45 = 0,5075

2) Por el teorema de Bayes, $P(A/M) = \frac{0{,}35\cdot 0{,}5}{0{,}5075} \cong 0{,}3448$

3) $P(B\cap M) = P(B)\cdot P(M/B) = 0{,}4\cdot 0{,}55 = 0{,}22$