e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2010. 2ª SEMANA. EXAMEN TIPO A
Código asignatura. 207. Código carrera 43.

PREGUNTAS TIPO TEST

1.- Si ξ y η son dos variables aleatorias, que se distribuyen según una Poisson, siendo $\xi \equiv \mathcal{P}(5)$, $\eta \equiv \mathcal{P}(3)$ y $\xi + \eta = 8$, entonces siempre se verifica

a) $\xi + \eta \equiv \mathcal{P}(8)$
b) $\xi + \eta \equiv \mathcal{P}(2)$
c) $\xi + \eta$ no es distribución de Poisson
d) Ninguna de las anteriores

2.- Dada la función $f(x) = e^{\lambda} \lambda^x \frac{1}{x!}$ $\forall x \geq 0$ se puede afirmar que f(x) es función:

a) De cuantía b) De distribución c) Característica d) Ninguna de las anteriores

3.- Dadas dos variables aleatorias ξ y η independientes, con funciones características respectivas $(0'2+0'8e^{it})^3$ y $(0'8+0'2e^{it})^4$, la distribución de $\xi + \eta$ sigue una

a) $\mathcal{B}(7, 0'2)$ b) $\mathcal{B}(7, 0'8)$ c) $\mathcal{B}(7, 0'6)$ d) Ninguna de las anteriores

4- Dada la variable aleatoria ξ con media μ, mediana M_e y moda M_o, se puede afirmar

a) $M_o < M_e < \mu$ b) $M_o > M_e > \mu$ c) $M_o = M_e = \mu$ d) Ninguna de las anteriores

5.- Dadas dos variables aleatorias ξ y η, y $\rho_{\xi\eta}$ su coeficiente de correlación lineal, entonces:

a) Existe $\rho_{\xi\eta} \leq 1$
b) No está garantizada la existencia de $\rho_{\xi\eta}$
c) Existe $|\rho_{\xi\eta}| \leq 1$
d) Ninguna de las anteriores

6.- La probabilidad de que el Sr. A apruebe el examen de Estadística es 0'7, la del Sr. B es 0'5 y la de que aprueben ambos es 0'4, la probabilidad de que apruebe sólo uno de los dos, suceso C, será

a) P(C) = 0'4 b) P(C) = 0'6 c) P(C) = 0'8 d) Ninguna de las anteriores

7.- Dada f(x) función de densidad se verifica siempre

a) $0 \leq f(x) \leq 1$ b) $|f(x)| = 1$ c) $0 \leq f(x)$ d) Ninguna de las anteriores

8.- Dada la sucesión de variables aleatorias independientes $\{\xi_n\}$ idénticamente distribuidas y discretas. Entonces se puede aplicar el teorema central del límite

a) Siempre b) No, porque son discretas c) Nunca d) Ninguna de las anteriores

9.- La distribución logística está definida si

a) $x > 1$ b) $x > 0$ c) $-\infty < x < +\infty$ d) Ninguna de las anteriores

10.- Dada la variable aleatoria $\xi \equiv N(1, 2)$ se verifica:

a) $P\{\xi > 1\} = ½ + P\{\xi > 0\}$
b) $P\{\xi < 1\} = ½ - P\{\xi < 0\}$
c) $P\{\xi > 1\} = P\{\xi < -1\}$
d) Ninguna de las anteriores

ALGUNAS ACLARACIONES.-

6.- Sea $A \cap \overline{B}$ el suceso "que apruebe A pero no B". Se tiene que $A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$, siendo $(A \cap B)$ y $(A \cap \overline{B})$ incompatibles, luego $P(A \cap \overline{B}) = 0{,}7 - 0{,}4 = 0{,}3$. Análogamente $B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)$, de donde $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}5 – 0{,}4 = 0{,}1$. Luego la probabilidad de que apruebe sólo uno de los dos $P[(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)] = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$.

8.- Para poder aplicar el teorema central del límite debe exigirse además que existan las esperanzas y las varianzas de las variables, que sean finitas y que las varianzas sean distintas de cero.

EJERCICIOS.

1.- En una determinada comunidad, muy afectada por la crisis económica, se produce una media de dos quiebras empresariales a la semana. Determine a) La probabilidad de que no se registre ninguna quiebra en una semana concreta. b) Probabilidad de que haya más de cinco quiebras en un mes. c) Probabilidad de que superen las 70 quiebras en el año.

Solución.-

Podemos considerar que el número ξ_S de quiebras semanales sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 2$. Luego:

a) $P(\xi_S = 0) = e^{-2}\dfrac{2^0}{0!} \cong 0{,}1353$

b) El número ξ_M de quiebras en un mes (4 semanas) sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 8$. Luego:

$P(\xi_M > 5) = 1 - [P(\xi_M=0) + P(\xi_M = 1) + P(\xi_M = 2) + P(\xi_M = 3) + P(\xi_M = 4) + P(\xi_M = 5)] =$

$= 1 - e^{-8}\left[1+\dfrac{8}{1!}+\dfrac{8^2}{2!}+\dfrac{8^3}{3!}+\dfrac{8^4}{4!}+\dfrac{8^5}{5!}\right] \cong 0{,}8088$

c) El número ξ_A de quiebras en un año (52 semanas) sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 104$ que es aproximadamente normal $N\left(104, \sqrt{104}\right) \cong N(104; 10{,}198)$. Luego:

$P(\xi_A > 70) =$ *(tipificando)* $= P\left(Z > \dfrac{70-104}{10{,}198}\right) \cong P(Z > -3{,}33) =$ *(tablas)* $= 0{,}9996$

2.- En un grupo de diez estudiantes que se presentan a un examen de veinte preguntas, hay tres que se han preparado muy bien, cuatro bien, dos medianamente y uno mal. Se sabe que un estudiante muy bien preparado sabe contestar las veinte, uno bien preparado contestará dieciséis, uno medianamente preparado responderá diez y uno mal preparado sólo cinco preguntas. Se elige arbitrariamente un estudiante y resulta que responde bien a las tres primeras cuestiones. Determine la probabilidad de que a) esté muy bien preparado b) esté mal preparado.

Solución.-

Sean los sucesos MB = "estudiante muy bien preparado"; B = "estudiante bien preparado"; R = "estudiante medianamente preparado", M = "estudiante mal preparado" y T = "responder bien las tres primeras cuestiones".

Vamos a calcular la probabilidad P(T) de que un estudiante elegido aleatoriamente responda bien las tres primeras cuestiones. Tenemos en primer lugar:

$$P(T/MB) = 1$$

$$P(T/B) = \frac{16}{20}\cdot\frac{15}{19}\cdot\frac{14}{18} = \frac{28}{57}$$

$$P(T/R) = \frac{10}{20}\cdot\frac{9}{19}\cdot\frac{8}{18} = \frac{2}{19}$$

$$P(T/M) = \frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}\cdot\frac{3}{18} = \frac{1}{114}$$

Luego por el teorema de la probabilidad total :

$$P(T) = 1\cdot\frac{3}{10} + \frac{28}{57}\cdot\frac{4}{10} + \frac{2}{19}\cdot\frac{2}{10} + \frac{1}{114}\cdot\frac{1}{10} = \frac{197}{380}$$

Aplicando entonces el teorema de Bayes:

a) $P(MB/T) = \dfrac{1\cdot\frac{3}{10}}{\frac{197}{380}} = \dfrac{114}{197} \cong 0{,}5787$; **b)** $P(M/T) = \dfrac{\frac{1}{114}\cdot\frac{1}{10}}{\frac{197}{380}} = \dfrac{1}{591} \cong 0{,}0017$