e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2008. EXAMEN TIPO A
Código asignatura. 207. Código carrera 43.

PREGUNTAS TIPO TEST:

1ª.-Dada la v.a. ξ, su f(x) verifica que:
a) f(x) = 2 b) f(∞) = 1 c) f(x) = -1 d) Ninguna es correcta

2ª.-Dados los sucesos A y B, tales que $A \subset B$, se verifica que:
a) P(B) = P(A) b) P(B) $\geq$ P(A) c) P(B) $\leq$ P(A) d) Ninguna es cierta

3ª.-Dada una v. a. $\xi = B(n;0'2)$, siendo k un número mayor que n, se cumple:
a) F(k) = 0 b) F(k) no se puede conocer c) F(k) = 1 d) Ninguna es cierta

4º.-Dada una cierta función $\varphi(x) = \frac{1}{2} e^{2it}$ es:
a) Función característica de una v.a. b) Función generatriz de una v. a.
c) Función de distribución de una v.a. d) Ninguna de las anteriores

5ª.- Dada la v. a. $\xi \equiv N(15, \sigma)$, la P(ξ> 17) es:
a) > 0'5 b) < 0'5 c) Depende del valor de σ d) Ninguna es cierta

6ª.- Dadas las v.a. $\xi_1 \ldots\ldots \xi_4$, siendo las $\xi_i \equiv N(0,2)$ para $\forall$ i , la distribución de la v.a.
$\eta = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} \xi_i^2$ es:
a) N(0,4) b) 1/4 ξ_4^2 c) ξ_4^2 d) Ninguna es cierta

7ª.- El campo de variación de la distribución Gamma varía de :
a) 0 a n b) $-\infty$ a $+\infty$ c) 0 a ∞ d) Ninguna es cierto

8ª.- Dada una v. a. λ = a + bξ , la varianza de λ será:
a) a + b E(ξ) b) E(ξ) c) b E(ξ) d) Ninguna es cierta

9ª.- El espacio muestral E consta de 4 elementos $\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ ¿qué función define un espacio de probabilidad?:
a) P(S₁)= $\frac{1}{3}$, P(S_2)= $\frac{1}{2}$, P(S_3)= $\frac{1}{5}$, P(S_4)= $\frac{1}{3}$ b) P(S_1)= $\frac{1}{4}$, P(S_2)= $\frac{1}{2}$, P(S_3)= $\frac{1}{4}$, P(S_4)= - $\frac{1}{2}$
c) P(S_1)= 0, P(S_2)= $\frac{1}{4}$, P(S_3)= $\frac{1}{2}$, P(S_4)= $\frac{1}{4}$ d) Ninguna es cierta

10ª.- En una distribución N (80,8) el percentil 80 es:
a) $\cong$78,40 b) $\cong$81,60 c) No se puede calcular d) Ninguna es cierta

Algunas aclaraciones.-

5ª) Hay dos respuestas válidas. P(ξ>17) = *(tipificando)* = $P\left(Z > \frac{2}{\sigma}\right)$ que depende de σ y también es menor que 0,5.

10ª) El percentil 80 es aquel valor P_{80} tal que P(X ≤ P_{80}) = 0,8. Como la variable es normal N(80, 8) será: 0,8 = P(X ≤ P_{80}) = (tipificando) = $P\left(Z \leq \frac{P_{80} - 80}{8}\right)$. En las tablas encontramos que $\frac{P_{80} - 80}{8}$ = 0,84, de donde P_{80} = 86,72.

EJERCICIOS

1ª.- Dada una v.a. ξ con $\varphi(t) = \frac{1}{1+t^2}$, se pide: 1ª) Hallar la media. 2ª) Calcular la varianza. . 3ª) Encontrar la función característica de la v. a. $\eta = 2 - \xi$.

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

Solución.-

1ª) $\varphi'(t) = \dfrac{-2t}{\left(1+t^2\right)^2} \rightarrow \varphi'(0) = 0 \rightarrow$ Media $= E[\xi] = \dfrac{\varphi'(0)}{i} = 0$

2ª) $\varphi''(t) = \dfrac{-2\left(1+t^2\right)^2 + 8t^2\left(1+t^2\right)}{\left(1+t^2\right)^4} = \dfrac{-2\left(1+t^2\right)+8t^2}{\left(1+t^2\right)^3} \rightarrow \varphi''(0) = -2 \rightarrow E[\xi^2] = \dfrac{\varphi''(0)}{i^2} =$

$= 2$. Luego $Var[\xi] = E[\xi^2] - \left(E[\xi]\right)^2 = 2$.

3ª) $\varphi_\eta(t) = E\left[e^{it\eta}\right] = E\left[e^{it(2-\xi)}\right] = E\left[e^{2it-it\xi}\right] = E\left[e^{2it}\cdot e^{-it\xi}\right] = e^{2it}E\left[e^{i(-t)\xi}\right] = e^{2it}\varphi_\xi(-t) = \dfrac{e^{2it}}{1+t^2}$.

2ª.- Un partido político realiza encuestas para seleccionar al número uno en la lista electoral en una circunscripción con 1600 votantes. Respecto a un posible candidato A, que reúne los requisitos exigidos por el Comité Ejecutivo, las encuestas dicen que el 40 por ciento de los votantes se inclinarían por él. Hallar la probabilidad de que dicho candidato obtenga un máximo de 650 votos.

Solución.-

La variable ξ = "nº de votos obtenidos por el candidato" se distribuye binomial B(1600; 0,4) que es aproximadamente normal $N\left(1600\cdot 0{,}4; \sqrt{1600\cdot 0{,}4\cdot 0{,}6}\right) \cong N(640;\ 19{,}596)$. Luego:

$P(\xi \leq 650)$ = *(corrección por continuidad)* = $P(\xi \leq 650{,}5)$ = *(tipificando)* =

$= P\left(Z \leq \dfrac{650{,}5-640}{19{,}596}\right) = P\left(Z \leq \dfrac{10{,}5}{19{,}596}\right) \cong P(Z \leq 0{,}54)$ = *(tablas)* = $1 - 0{,}2946 = 0{,}7054$