e-mail: **imozas@elx.uned.es**
**http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/**

# ESTADÍSTICA TEÓRICA I. SEPTIEMBRE 2007. Examen de reserva
## Código asignatura. 207. Código carrera 43.

## PREGUNTAS TIPO TEST.-

**1.**- Dada una variable aletoria (v.a.) $\xi \equiv N(5, 1)$, entonces se cumple:

**a)** $P\{\xi > 5\} = P\{\xi < -5\}$
**b)** $P\{\xi > 5\} = P\{\xi < 5\}$
**c)** $P\{\xi > 5\} = 1 - P\{\xi < -5\}$
**d)** Ninguna de las anteriores

**2.**- Dados los sucesos A y B independientes, entonces .

**a)** $\overline{A}$ y B no son independientes
**b)** A y $\overline{B}$ son independientes
**c)** $\overline{A}$ y $\overline{B}$ no son independientes
**d)** Ninguna de las anteriores

**3.**- Dada la función característica de la variable aleatoria $\xi$, $\varphi_\xi(t) = (0'8 + 0'2e^{it})^9$, la desviación típica de esa variable aleatoria será :

**a)** 1'44 **b)** 1'2 **c)** 1'8 **d)** Ninguna de las anteriores

**4.**- Dadas las variables aleatorias independientes $\xi$ y $\eta$, que se distribuyen, respectivamente según una Poisson de parámetros 5 y 3, entonces la $V[3\xi + 5\eta]$ es

**a)** 30 **b)** 8 **c)** 120 **d)** Ninguna de las anteriores

**5.**- Dada la variable aleatoria $\xi \equiv N(0,1)$, si la $P\{\xi < x\} = 0'8485$, el valor de x será:

**a)** $x = -1'03$ **b)** $x = +1'03$ **c)** $x = 0'39$ **d)** Ninguna de las anteriores

**6.**- Si $E[\xi] = 9$ y $V[\xi] = 4$, el intervalo centrado en la media que contiene al menos un 75% de la probabilidad es .

**a)** [7,11] **b)** [8,10] **c)** [5,13] **d)** Ninguna de las anteriores

**7.**- Dadas dos variables aleatorias $\xi$ y $\eta$ que se distribuyen, respectivamente, según una $\chi_3^2$ y $\chi_5^2$, entonces siempre se verifica:

**a)** $\xi + \eta \equiv \chi_8^2$ **b)** $\xi + \eta \equiv \chi_2^2$
**c)** $\xi + \eta$ no se distribuye según una $\chi^2$ de Pearson **d)** Ninguna de las anteriores

**8.**- Dadas $\xi$ y $\eta$ dos variables aleatorias, tales que $cov(\xi, \eta) < 0$, entonces, si $\rho$ es el coeficiente de correlación lineal, se puede asegurar que:

**a)** $\rho > 0$ **b)** $\rho < 0$ **c)** $\rho = 0$ **d)** Ninguna de las anteriores

**9.**- Dada la v.a. $\xi$ con función de densidad $f(x) = k\,e^{-x}$ si $x \geq 0$, el valor de $P\{\xi = 8\}$ es :

**a)** 0'30 **b)** 0'58 **c)** 0 **d)** Ninguna de las anteriores

**10.**- Si no existe la varianza de una variable aleatoria se puede asegurar:

**a)** No existe su función característica
**b)** No existe su función generatriz de momentos
**c)** No se puede calcular la esperanza de cualquier función de la variable aleatoria
**d)** Ninguna de las anteriores

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
**http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/**

**ALGUNAS ACLARACIONES.-**

**2.-** $P(A/\overline{B}) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A)P(\overline{B}/A)}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A)(1-P(B/A))}{P(\overline{B})} =$ *(teniendo en cuenta que P(B/A)=P(B) por ser A y B independientes)* $= \dfrac{P(A)(1-P(B))}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(A)P(\overline{B})}{P(\overline{B})}$ = P(A). Luego A y $\overline{B}$ son independientes.

**3.-** Se trata de una variable aleatoria binomial B(9; 0,2) cuya desviación típica es $\sqrt{9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}$ = 1,2

**4.-** Se tiene que V(ξ) = 5 y V(η) = 3, luego V(3ξ + 5η) = 9V(ξ) + 25V(η) = 120

**6.**- De la desigualdad de Chebychev deducimos que $P[|\xi - 9| \leq k] > 1 - \dfrac{4}{k^2}$. Luego tomando $1 - \dfrac{4}{k^2} = 0{,}75 \leftrightarrow k = 4$, obtenemos el intervalo $|\xi - 9| \leq 4 \leftrightarrow \xi \in [5, 13]$.

**7.-** La $\chi^2$ es reproductiva.

**9.-** Por ser una variable aleatoria continua, la probabilidad de un valor puntual es cero.

**10.-** La función caraterística siempre existe, luego el apartado a no es cierto.

Considérese por ejemplo la variable aleatoria ξ con función de densidad $f(x) = \begin{cases} x^{-3}, & x \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$ . No existe el momento de segundo orden E($\xi^2$) = $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\infty} x^{-1}dx$ (la integral es divergente) luego no existe varianza. Pero la integral $g(t) = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\infty} x^{-3}e^{xt}dx$ sería convergente para $t \leq 0$ porque $|e^{xt}| \leq 1$ para $x \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ y $t \leq 0$, es decir, existe función generatriz de momentos para $t \leq 0$. Luego el apartado b no es cierto.

Para esta variable aleatoria ξ, existe E(ξ) = $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\infty} x^{-2}dx = \sqrt{2}$, luego el apartado c tampoco es cierto.

**EJERCICIOS.-**

1.- La demanda diaria de cierta marca de leche es una variable aleatoria cuya esperanza es 3.000 y su varianza 8.000. Se pide a) La distribución de la demanda total de leche en 100 días consecutivos. b) La probabilidad de que el total de litros demandados en 100 días sea superior a 298.000. c) ¿Cuál debe ser la producción en litros de leche en 100 días para atender la demanda total con probabilidad igual a 0'99?.

**Solución.-**

**a)** Sea ξ la variable aleatoria "demanda diaria de leche". Del teorema central del límite deducimos que la variable aleatoria $S_{100} = \sum_{i=1}^{100} \xi_i$, donde $\xi_i$ = ξ, se distribuye aproximadamente normal $N\left(\sum_{i=1}^{100} \xi_i \, , \sqrt{\sum_{i=1}^{100} V(\xi_i)}\right) = N(3 \cdot 10^5 \, , 400\sqrt{5})$.

**b)** $P(S_{100} > 298000)$ = *(tipificando)* = $P\left(Z > \dfrac{-2000}{400\sqrt{5}}\right) = P(Z > -\sqrt{5}) \cong P(Z > -2{,}24) =$

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
**http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/**

= 0,9875

**c)** $0{,}99 = P(S_{100} < x) =$ *(tipificando)* $= P\left(Z < \dfrac{x - 300000}{400\sqrt{5}}\right)$. De las tablas obtenemos que debe ser $\dfrac{x - 300000}{400\sqrt{5}} = 2{,}32$ de donde x = 302075.

**2.**- Un lote de cinco piezas tiene una defectuosa. En el envío del lote de la fábrica al comerciante se pierde una de las cinco piezas. De las cuatro que llegan se analiza una de ellas y resulta ser no defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que la pieza perdida sea la defectuosa?.

**Solución.-**

Entre las cuatro piezas no analizadas, una de las cuales es la perdida, hay una defectuosa y tres no defectuosas, luego la probabilidad pedida es obviamente $\dfrac{1}{4}$. En lenguaje de sucesos:

Sea D el suceso "la pieza perdida es defectuosa" y N el suceso "la pieza analizada es no defectuosa". Por el teorema de la probabilidad total, P(N) = P(D)·P(N/D) + $P(\overline{D})\cdot P(N/\overline{D})$ = $= \dfrac{1}{5}\cdot 1 + \dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{3}{4} = 0{,}8$. Y por el teorema de Bayes: P(D/N) = $\dfrac{P(D)\cdot P(N/D)}{P(N)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25$.