e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://www.telefonica.net/web/imm

INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA

SEPTIEMBRE 2007. Reserva. Código de carrera 43. Código de asignatura 203

Preguntas teórico-prácticas

1.- Un particular tiene sus ahorros en una cuenta a plazo y quiere conocer el rendimiento medio de los tres últimos años. ¿Qué promedio debe utilizar?, ¿por qué?

Respuesta.-

La media geométrica. En efecto, sean r_1, r_2 y r_3 los rendimientos, por unidad monetaria, respectivos de cada año de forma que, si el capital inicial ahorrado es C, el capital final será $C(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)$. El rendimiento medio anual r será tal que

$$C(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3) = C(1+r)^3$$

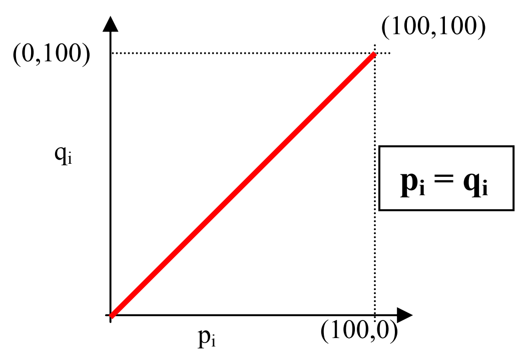
de donde $1+r = \sqrt[3]{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt[3]{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)} - 1$.

2.- Índice de Gini en el caso en el que la curva de Lorentz coincide con la bisectriz. Interpretación.

Respuesta.-

Si la curva de Lorentz, que es la poligonal que une los puntos (0, 0), (p_1, q_1), (p_2, q_2), (p_3, q_3), ..., (p_r, q_r) coincide con la bisectriz, significa que $p_i = q_i$, i = 1, 2,..,r,

luego el índice de Gini $I_G = \dfrac{\sum_{i=1}^{r-1}(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{r-1} p_i} = 0$



Se considera entonces que que existe equidistribución máxima de la renta.

3.- Problema de la multicolinealidad en el ajuste de un plano.

Respuesta.-

Se presenta este problema cuando el coeficiente de correlación R_{12} entre las variables exógenas X_1 y X_2 es próximo a 1 ó –1, por ejemplo $0{,}8 < |R_{12}| < 1$. En ese caso, los coeficientes de regresión parcial que se calculen no resultan fiables. Si fuese $|R_{12}|=1$, los coeficientes de regresión parcial no se pueden calcular pues en ambos casos se obtiene $\frac{0}{0}$.

4.- Índice de precios de Fisher. Expresión analítica y propiedades que cumple.

Respuesta.-

Es la media geométrica de los índices de precios de Laspeyres y de Paasche.

$$P_F = \sqrt{P_L \cdot P_P}$$

La propiedad más importante que cumple es la de inversión, propiedad que precisamente no cumplen los índices de Laspeyres y de Paasche.

Cumple además las propiedades de existencia, identidad y proporcionalidad.

PROBLEMAS.-

1.- Sabiendo que r = 0'60, S_x=3, $\bar{Y} = 2$ y que la recta de regresión de X sobre Y es x = 0'15y, determínese la recta de regresión de Y sobre X y los valores de S_{xy}, S_y y $\bar{X}$.

Solución.-

Si llamamos m al coeficiente de regresión (la pendiente) de la recta de regresión de Y/X, se cumple que $0{,}6 = \sqrt{0{,}15 \cdot m}$ de donde $m = \dfrac{0{,}6^2}{0{,}15} = 2{,}4$. Además, como la recta de regresión de X/Y carece de término independiente, deberá ser $\overline{X} = 0{,}15 \cdot \overline{Y} = 0{,}15 \cdot 2 = 0{,}3$. Luego la recta de regresión de Y/X: $y - 2 = 2{,}4(x - 0{,}3)$.

Como $2{,}4 = \dfrac{S_{xy}}{S_x^2} = \dfrac{S_{xy}}{9} \rightarrow S_{xy} = 9 \cdot 2{,}4 = 21{,}6$

Como $0{,}6 = \dfrac{S_{xy}}{S_x S_y} = \dfrac{21{,}6}{3 \cdot S_y} \rightarrow S_y = \dfrac{21{,}6}{3 \cdot 0{,}6} = 12$

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://www.telefonica.net/web/imm

2.- En una fábrica trabajan 20.000 personas en la cadena de producción, cuyos salarios, en miles de euros se distribuyen según la tabla adjunta.

a) Determine el coeficiente de concentración de Gini.
b) ¿Qué parte de la nómina percibe el 5% del personal mejor pagado?
c) ¿Qué porcentaje de los trabajadores percibe el 50% de los salarios?

Salarios	Nº trabajadores
10 -20	12.000
20- 40	6.000
40 -50	1.000
50-100	800
100-200	200

Solución.-

a) Construimos la tabla

x_i (marca de clase)	n_i	$x_i n_i$	u_i	q_i	N_i	p_i	$p_i - q_i$
15	12000	180000	180000	36,36%	12000	60	23,64
30	6000	180000	360000	72,73%	18000	90	17,27
45	1000	45000	405000	81,82%	19000	95	13,18
75	800	60000	465000	93,94%	19800	99	5,06
150	200	30000	495000		20000		
		495000				344	59,15

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_i - q_i}{\sum_{i=1}^{4} p_i} = \frac{59,15}{344} \cong 0,17$$

b) En la tabla observamos que el 81,82% de los salarios, comenzando por los más bajos, es percibido por el 95% de la plantilla. Luego el 5% del personal mejor pagado percibe el 18,18%.

c) En la tabla observamos que el 60% de los trabajadores percibe el 36,36% de los salarios y que el 90% de los trabajadores percibe el 72,73% de los salarios. Para estimar el porcentaje x de trabajadores que percibe el 50% de los salarios, efectuaremos una interpolación lineal:

$$\frac{x-60}{50-36,36} = \frac{90-60}{72,73-36,36} \quad \leftrightarrow \quad \frac{x-60}{13,64} = \frac{30}{36,37} \quad \leftrightarrow \quad x = 71,25\,\%$$