e-mail: **imozas@elx.uned.es**
www.telefonica.net/web/imm

INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA. FEBRERO 2007 Segunda semana. Código de carrera 43. Código de asignatura 203.

Preguntas teórico-prácticas

1.- Un gabinete de estudios propone utilizar la media geométrica para el estudio de la distribución que toma los valores –2, –1, + 1, +2. Descarta el uso de la media aritmética porque no la encuentra representativa al tomar un valor diferente de los obtenidos. Comente el planteamiento.

Respuesta.-

El planteamiento no es correcto por varias razones.

En primer lugar, cuando se calcula la media aritmética es frecuente que su valor no pertenezca a la población, pues suelen aparecer decimales. En ese caso, si la población es de carácter discreto, se suele redondear al valor entero más próximo. Pero no pierde la representatividad que pudiera tener, de acuerdo con la mayor o menor dispersión de la distribución.

En segundo lugar, la media geométrica no es adecuada porque hay valores negativos y, aunque en este caso puede calcularse formalmente (sería $\sqrt[4]{4} \cong 1{,}41$), no ocupa precisamente una posición central.

2.- Cuantiles.

Respuesta.-

Dispuesta la población en orden creciente, un cuantil es un valor por debajo del cual se halla un determinado porcentaje de la población. Los cuantiles son:

- la mediana, valor por debajo del cual se halla el 50% de la población.
- los cuartiles Q_1, Q_2 = Me y Q_3, por debajo de los cuales está el 25%, el 50% y el 75% respectivamente.
- los deciles, D_1, D_2, …., D_9, por debajo de los cuales está, respectivamente, el 10%, el 20%, …., el 90%.
- y en general los percentiles P_1, P_2, …..,P_{99}, por debajo de los cuales está, respectivamente, el 1%, el 2%, …., el 99%.

3.- Relación entre la varianza de la variable dependiente, la varianza explicada por la regresión y la varianza residual. Significado de cada una de ellas.

Respuesta.-

En una distribución bidimensional de los valores $\{(x_i, y_i), i=1,\ldots,n\}$ siendo y = a + bx la recta de regresión lineal de Y/X, consideramos las tres variables siguientes:

- la variable dependiente y_i;
- la variable explicada por la regresión $y_{i_t} = a + bx_i$;
- los residuos $e_i = y_i - y_{i_t} = y_i - a - bx_i$.

Cada una de estas variables posee una varianza que es, respectivamente: S_y^2 (varianza de la variable dependiente); $S_{y_t}^2$ (varianza explicada por la regresión) y $S_{r_y}^2$ (varianza residual).

La relación entre ellas es: $S_y^2 = S_{y_t}^2 + S_{r_y}^2$

4.-Método de las medias móviles para la determinación de la tendencia.

Respuesta.-

Consiste en sustituir cada valor de una serie temporal por la media aritmética de cierto número de valores entre los que el valor sustituido ocupa una posición central.

Si el número de valores que se promedian es impar, el valor sustituido ocupa precisamente la posición central.

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
www.telefonica.net/web/imm

Si el número de valores es par, el proceso se realiza en dos etapas. Si por ejemplo promediamos dos valores, en una primera construimos la tabla de valores $y'_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$ y en una segunda etapa sustituimos en la tabla inicial x_i por $\frac{y'_i + y'_{i+1}}{2}$.

El procedimiento constituye un suavizado de la serie inicial y pone de manifiesto la tendencia de la serie, eliminando otras componentes, como por ejemplo la estacional. El suavizado debe hacerse para ello tomando tantos valores como observaciones haya en un año (12 si son mensuales, 4 si son trimestrales, etc)

Problemas

1.- Sean las variables $Y_i = X_i + h$ y $Z_i = X_i + \lambda h$, donde h puede tomar los valores –2, –1, 0, +1, +2. Con esta información **a)** Calcule la media aritmética de las dos distribuciones. **b)** Calcule las varianzas y **c)** ¿Qué valor ha de tomar λ para que el coeficiente de variación de la primera variable sea la mitad que el de la segunda?.

Solución.-

a) $\overline{Y} = \overline{X} + h$; $\overline{Z} = \overline{X} + \lambda h$

b) Var(Y) = Var (X); Var(Z) = Var (X)

c) $CV(Z) = \frac{\sqrt{Var(Z)}}{\overline{Z}} = \frac{\sqrt{Var(X)}}{\overline{X} + \lambda h}$; $CV(Y) = \frac{\sqrt{Var(Y)}}{\overline{Y}} = \frac{\sqrt{Var(X)}}{\overline{X} + h}$. Debe ser $CV(Z) = 2 \cdot CV(Y) \leftrightarrow \frac{\sqrt{Var(X)}}{\overline{X} + \lambda h} = 2\frac{\sqrt{Var(X)}}{\overline{X} + h} \leftrightarrow \frac{1}{\overline{X} + \lambda h} = \frac{2}{\overline{X} + h} \leftrightarrow \overline{X} + h = 2(\overline{X} + \lambda h) \leftrightarrow \lambda = \frac{h - \overline{X}}{2h}$

Nota: seguramente se ha deslizado una errata en el enunciado del problema y donde dice "…h puede tomar los valores…" debería decir "…X_i puede tomar los valores…". Si fuese así, las respuestas serían:

a) $\overline{Y} = h$; $\overline{Z} = \lambda h$ (porque $\overline{X} = 0$)

b) Var(Y) = Var (X) = $\frac{5}{3}$; Var(Z) = Var (X) = $\frac{5}{3}$

c) $CV(Z) = \frac{\sqrt{Var(Z)}}{\overline{Z}} = \frac{\sqrt{Var(X)}}{\lambda h}$; $CV(Y) = \frac{\sqrt{Var(Y)}}{\overline{Y}} = \frac{\sqrt{Var(X)}}{h}$. Debe ser $CV(Z) = 2 \cdot CV(Y) \leftrightarrow \frac{\sqrt{Var(X)}}{\lambda h} = 2\frac{\sqrt{Var(X)}}{h} \leftrightarrow \frac{1}{\lambda h} = \frac{2}{h} \leftrightarrow \lambda = \frac{1}{2}$

2.- Un cierto inversor, con un disponible de 40.000 euros, decide diversificar riesgos y deposita la mitad de su capital en un fondo y la otra mitad en valores de renta variable de una sola empresa. El fondo se incrementa en un 10% el primer año y un 20% el segundo, bajando un 15% en el tercero. En cuanto a los valores cotizan a un 115% al final del primer ejercicio, al 89% al final del segundo y al 104% al final del tercero. Por otra parte, el índice de precios de estos tres años ha evolucionado del siguiente modo: $I_0^1 = 102$, $I_1^2 = 103$ e $I_2^3 = 102$. ¿Cuál es el valor de cada una de las inversiones al final del tercer año?. Exprese ese valor en unidades monetarias corrientes y constantes.

Solución.-

En unidades monetarias corrientes:

Invertido en el fondo, al final del tercer año:

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
www.telefonica.net/web/imm

$20000 \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}20 \cdot 0{,}85 = 22440$ €

Invertido en valores, al final del tercer año (sólo cuenta la cotización final):

$20000 \cdot 1{,}04 = 20800$€

Para calcular lo invertido en unidades monetarias constantes (del año cero) obtenemos el índice del año 3, base año cero, para deflactar las cantidades anteriores:

$$I_0^3 = \frac{I_0^1 \cdot I_1^2 \cdot I_2^3}{100^2} = \frac{102 \cdot 103 \cdot 102}{100^2} = 107{,}1612$$

Así pues, en unidades monetarias constantes (del año 0), será:

Invertido en el fondo, al final del tercer año: $\dfrac{22440 \cdot 100}{107{,}1612} \cong 20940{,}42$ €

Invertido en valores, al final del tercer año: $\dfrac{20800 \cdot 100}{107{,}1612} \cong 19410{,}01$ €