e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

ESTADÍSTICA TEÓRICA I. JUNIO 2007. 2ª semana. EXÁMENES TIPO A Y B
Código asignatura. 207. Código carrera 43.

Examen tipo A

1.- Si el coeficiente de correlación lineal de dos variables aleatorias es $\rho=0$, entonces
a) Existe dependencia lineal exacta
b) No existe ninguna dependencia funcional
c) Las rectas de regresión coinciden
d) Ninguna de las respuestas anteriores

2.- Sean las v.a., ξ y η, que se distribuyen según una ley de Poisson, de parámetros λ_1 y λ_2 respectivamente, se puede asegurar:
a) $\xi + \eta$ es Poisson de parámetro $\lambda_1 + \lambda_2$
b) $\xi + \eta$ no es Poisson de parámetro
c) $\xi + \eta$ no es variable aleatoria
d) Ninguna de las respuestas anteriores

3. - Dadas una v.a., ξ que toma valores si $x \geq 0$, entonces siempre se cumple:
a) Existe su esperanza
b) Existe su esperanza y es positiva
c) Existe su esperanza y es finita
d) Ninguna de las respuestas anteriores

4- Si la función característica de una variable aleatoria ξ es $g(t) = (⅓ + ⅔ e^{it})^9$, se verifica:
a) $E(\xi) = 1$ y $V(\xi) = 2$
b) $E(\xi) = 4$ y $V(\xi) = 2$
c) $E(\xi) = 6$ y $V(\xi) = 2$
d) Ninguna de las respuestas anteriores

5.- Si $\xi \equiv N(4,9)$, entonces la moda de esta variable aleatoria será:
a) $M_0 = 36$ b) $M_0 = 4/3$ c) $M_0 = 4$ d) Ninguna de las anteriores

6.- -Dadas ξ_1, ξ_2 ….ξ_n v.a. independientes y N(0,1), se define la distribución χ_n^2 de Pearson como:
a) $\sum_{i=1}^{n} \xi_i$ b) $\sum_{i=1}^{n} \xi_i^2$ c) $\prod_{i=1}^{n} \xi_i$ d) Ninguna es correcta

7.- Dados los sucesos A y B, con P(A) = ½ y P(B) = ⅓, si $(A \cup B)^c$ es el complementario de A U B, se cumple:
a) $P((A \cup B)^c) = 2/3$ b) $P((A \cup B)^c) = 1/6$ c) $P((A \cup B)^c) = 1/3$ d) Ninguna es cierta

8.- Dada una v.a n ξ, con esperanza $E(\xi)=5$ y varianza $V(\xi)=4$; sea la v.a. $\eta = 4\xi + 5$, entonces
a) $E(\eta)=25$ y $V(\eta)=16$
b) $E(\eta)=20$ y $V(\eta)=69$
c) $E(\eta)=20$ y $V(\eta)=4$
d) $E(\eta)=25$ y $V(\eta)=64$

9.- Dada la función de distribución F(x) de una v.a., definida por $F(x) = 1 - e^{-x}$ si $x\geq 0$ y cero si $x < 0$, su f(x) será:
a) $f(x) = -e^{-x}$ si $x\geq 0$ y cero si $x< 0$
b) $f(x) = 1 + e^{-x}$ si $x\geq 0$ y cero si $x< 0$
c) $f(x) = +e^{-x}$ si $x\geq 0$ y cero si $x< 0$
d) Ninguna de las respuestas anteriores

10.- Dada una sucesión de variables aleatorias se podrá aplicar el teorema central del límite
a) En todo caso   b) Si $E(\xi_i) = \mu$ y $V(\xi_i) = \sigma^2$ finita $\forall$ i   c) Si $n < +\infty$ d) Ninguna de las anteriores

Algunas aclaraciones.-

1) Desde luego, si $\rho = 0$ no existe dependencia funcional <u>lineal</u>, pero puede existir otro tipo de dependencia funcional, como se ve en el ejemplo de la tabla adjunta. Obsérvese que la covarianza es cero, luego $\rho = 0$. Sin embargo existe una dependencia funcional exacta, pues $y = x^2$.

x_i	y_i
–2	4
–1	1
1	1
2	4

7) Por ejemplo, en una reunión hay 6 mujeres, de las que 1 es italiana y 6 hombres de los que 3 son italianos. Se elige una persona al azar. Sea A el suceso "la persona elegida es mujer" y

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

B el suceso "la persona elegida es italiana". Se cumple entonces que P(A) = ½, P(B) = 1/3 y $P[(A\cup B)^c] = \frac{1}{4}$.

Examen tipo B

1ª.- Se dice que dos sucesos A y B son independientes si se verifica:
- a) P(A/B) = P(B)
- b) P(A/B) = P(A∩B)
- c) P(A/B) = P(A). P(B)
- d) P(A/B) = P(A)

2ª.- Se lanzan dos dados al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de puntos obtenidos sume 7?
- a) 5/6
- b) 4/36
- c) 6/36
- d) No es ninguna de las anteriores.

3ª . - Dadas una v.a., ξ que toma valores si x ≥ 0, entonces siempre se cumple:
- a) Existe su esperanza
- c) Existe su esperanza y es finita
- b) Existe su esperanza y es positiva
- d) Ninguna de las respuestas anteriores

4ª,. El campo de variación de una variable aleatoria que sigue una distribución binomial es :
- a) -∞ a + ∞
- b) 0 a n
- c) 0 a ∞
- d) Ninguna de las anteriores..

5ª.- Un profesional liberal tiene unos ingresos anuales de 3'2 um (unidades monetarias) de media y una desviación típica de 0'2 um. La cota superior de la probabilidad del suceso "este año ingresará menos de 2'8 um" será:
- a) 1/2
- b) 1/4
- c) 1/8
- d) Ninguna es cierta

6ª.- Sea η una variable aleatoria N(-3; 1) ¿cuál es el valor de x si P(η ≤ - x):
- a) 0'084.
- b) 3'84
- c) - 0'84
- d) Ninguna es cierta

7ª.- .- -Dadas $\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_n$ v.a. independientes y N(0,1), se define la distribución χ_n^2 de Pearson como:
- a) $\sum_{i=1}^{n} \xi_i$
- b) $\sum_{i=1}^{n} \xi_i^2$
- c) $\prod_{i=1}^{n} \xi_i$
- d) Ninguna es correcta

8ª.-Si ξ ≡ N(4,9), entonces la moda de esta variable aleatoria será:
- a) $M_0 = 36$
- b) $M_0 = 4/3$
- c) $M_0 = 4$
- d) Ninguna de las anteriores

9.- Dada la función de distribución F(x) de una v.a., definida por $F(x) = 1 - e^{-x}$ si x≥0 y cero si x < 0, su f(x) será:
- a) $f(x) = -e^{-x}$ si x≥0 y cero si x< 0
- c) $f(x) = +e^{-x}$ si x≥0 y cero si x< 0
- b) $f(x) = 1 + e^{-x}$ si x≥0 y cero si x< 0
- d) Ninguna de las respuestas anteriores

10ª.- El coeficiente de correlación es:
- a) Invariante ante cambios de origen
- b) Invariante ante cambios de escala
- c) Invariante ante cambios de escala y origen
- d) Ninguna de las anteriores

Algunas aclaraciones.-

5ª) Sea ξ la variable "ingreso anual". Se cumple que P[ξ < 2,8] = *(restando E(ξ) = 3,2 a los dos miembros)* = P[ξ–E(ξ) < –0,4] ≤ P[|ξ–E(ξ)| > 0,4] ≤ *(desigualdad de Chebychev)* ≤ $\leq \frac{0{,}04}{0{,}16} = \frac{1}{4}$. La respuesta a) $\frac{1}{2}$ también debería ser considerada correcta ya que si $\frac{1}{4}$ es una cota superior de la probabilidad, cualquier número mayor que $\frac{1}{4}$ también será cota superior.

6ª) Faltan datos

10ª) La covarianza y las varianzas son invariantes ante cambios de origen (no ante cambios de escala), luego el coeficiente de correlación es invariante ante cambios de origen.

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://personal.telefonica.terra.es/web/imm/

EJERCICIOS PRÁCTICOS (COMUNES A LOS EXÁMENES TIPO A Y B)

1.- En un chiringuito de playa se sabe que el número medio de pinchos de tortilla que se consume diariamente es de 200, con una desviación típica de 20. Obtener: a) Una cota de probabilidad de que en un día se demanden un número de pinchos igual o superior a 225. b) El número de pinchos que debe hacer cada día el encargado para satisfacer a los veraneantes con una probabilidad de 0,8.

Solución.-

Sea ξ la variable "pinchos consumidos diariamente".

a) Se cumple que $P[\xi \geq 225]$ = *(restando E(ξ) = 200 a los dos miembros)* = $= P[\xi - E(\xi) \geq 25] \leq P[|\xi - E(\xi)| > 25] \leq$ *(desigualdad de Chebychev)* $\leq \frac{400}{625} = 0{,}64$

b) Sea n el número de pinchos. Se tiene que $P[\xi \leq n] = P[\xi - E(\xi) \leq n - 200] \geq$ $\geq P[|\xi - E(\xi)| \leq n - 200] \geq 1 - \frac{400}{(n-200)^2}$. Tomemos n tal que $1 - \frac{400}{(n-200)^2} \geq 0{,}8 \leftrightarrow$ $\leftrightarrow (n-200)^2 \geq \frac{400}{0{,}2} = 2000 \rightarrow n - 200 \geq 20\sqrt{5} \leftrightarrow n \geq 200 + 20\sqrt{5} \cong 244{,}7$. Luego si n = 245, se tiene que $P[\xi \leq 245] \geq 0{,}8$

2.- La cotización de un determinado valor se distribuye según una N(5; 0'25). Un inversor decide comprar si la cotización se sitúa entre 5'25 y 5'75. Se pide: a) Probabilidad de que invierta un día determinado.
b) La probabilidad de que a lo largo de 200 días invierta a lo sumo 31 de estos días..

Solución.-

a) Siendo ξ la cotización, se tiene: $P[5{,}25 \leq \xi \leq 5{,}75]$ = *(tipificando)* = $P[1 \leq Z \leq 3]$ = = *(tablas)* = 0,1587 – 0,0014 = 0,1573.

b) La variable η = "nº de días que invierte a lo largo de los 200 días" es binomial B(200; 0,1573) que es (teorema de Moivre) aproximadamente normal N(31,46; 5,15). Luego:
$P[\eta \leq 31]$ = *(corrección por continuidad)* = $P[\eta \leq 31{,}5]$ = *(tipificación)* = $P[Z \leq 0{,}0078] \cong 0{,}5$