e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

CURSO 2005/2006.	**JUNIO. 2ª semana**
Código de la Carrera 42	**Código de la Asignatura 209.**

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Indicar qué mide la covaranza.

Respuesta.-

La covarianza mide el grado de dependencia lineal entre X e Y. Si al crecer X crece Y, entonces la covarianza entre X e Y es positiva, y recíprocamente, si al crecer X decrece Y, la covarianza es negativa.

2. Indicar cual es la utilidad del teorema de factorización de Fisher-Neyman.

Respuesta.-

Se usa para determinar si un estimador es o no suficiente y también proporciona un procedimiento para hallar un estimador suficiente.

3. Comentar la eficiencia en los estimadores de máxima verosimilitud.

Respuesta.-

Si existe un estimador eficiente, entonces es de máxima verosimilitud y es único. ahora bien en general, un estimador obtenido por el método de la máxima verosimilitud no es eficiente pero puede demostrarse que es asintóticamente eficiente

4. Comentar qué efecto tiene el nivel de significación sobre la potencia.

Respuesta.-

Para un tamaño fijo de la muestra n, al aumentar el nivel de significación α, que es la probabilidad de rechazar H_0 siendo falsa, (error de tipo I), disminuye la probabilidad β de aceptar H_0 siendo falsa (error de tipo II) y aumenta la potencia de contraste $1 - \beta$.

PROBLEMAS

1.- Las ventas medias de una cafetería son de 5000 € a la semana con una desviación típica de 100€. Se pide calcular con estos datos:

a) La probabilidad de que las ventas medias semanales sean mayores de 5250 €.

b) Definir el menor intervalo de tal forma que contenga al menos el 95% de las ventas medias semanales.

Solución.-

a) Como no conocemos la distribución de las ventas semanales, la desigualdad de Chebychev nos proporcionará una cota de la probabilidad pedida.

Sea X la variable aleatoria "ventas medias semanales". Consideremos los sucesos:

$$A = [X > 5250] = [X - 5000 > 250]$$
$$B = [X - 5000 > 250] \cup [5000 - X > 250] = \left[|X - 5000| > 250\right]$$

Se cumple que $A \subset B$, luego $P(A) \leq P(B) = P\left[|X - 5000| > 250\right] \leq$ *(teorema de Chebychev)* $\leq \dfrac{10000}{62500} = 0{,}16$.

Es decir, la probabilidad pedida no supera a 0,16.

b) La desigualdad de Chebychev $P\left[|X - \mu| < K\right] > 1 - \dfrac{\sigma^2}{K^2}$ podemos escribirla equivalentemente $P\left[\mu - K < X < \mu + K\right] > 1 - \dfrac{\sigma^2}{K^2}$. Haciendo $1 - \dfrac{10000}{K^2} = 0{,}95$ se obtiene $K \cong 447{,}21$. Luego $[4552{,}79;\ 5447{,}21]$ es el menor intervalo que contiene al menos el 95% de las ventas medias semanales

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

2.- Si sabemos que la desviación típica de las ventas -medida en miles de euros (m€)- de un determinado producto de nuestra empresa es de 10 m€ y que se distribuyen según una distribución normal, queremos conocer el tamaño de muestra necesario para realizar el siguiente contraste:

$H_0 : \mu \geq 120$ m€

$H_1 : \mu < 120$ m€

Admitiendo que la probabilidad del error de tipo I debe ser como mucho de 0,01 y la probabilidad del error de tipo II no debe ser superior de 0,05, para $\mu_1 = 110$ m€.

Solución.-

Para una variable Z normal N(0,1) se obtiene de las tablas que:

$$0{,}01 = P(Z < -2{,}33)$$
$$0{,}05 = P(Z > 1{,}64)$$

Para una muestra de tamaño n de una población normal $N(\mu, \sigma)$, la media muestral $\overline{X}$ es normal $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

El error de tipo I consiste en admitir H_1, suponiendo cierta H_0, y si debe ser a lo sumo 0,01, tendrá que ser: $\frac{\overline{X}-120}{10}\sqrt{n} < -2{,}33$

El error de tipo II consiste en admitir H_0, suponiendo cierta H_1 y si no debe ser superior a 0,05, tendrá que ser $\frac{\overline{X}-110}{10}\sqrt{n} > 1{,}64$.

Resolviendo el sistema formado por estas dos inecuaciones se obtiene que n > 15,77. Tomaremos pues **n = 16.**