e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

CURSO 2003/2004.	**SEPTIEMBRE. Reserva.**
Código de la Carrera 42	**Código de la Asignatura 209.**

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Razone porqué se puede obtener la distribución de Poisson como límite de la distribución Binomial.

Respuesta.-

Sea X una v.a. binomial B(n, p) $\Rightarrow$ $P[X = x] = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x}$. Supongamos que p sea muy pequeña de forma que pueda suponerse que $np \cong \lambda$.Tenemos:

$$P[X = x] = \frac{n(n-1)...(n-x+1)}{x!}\cdot\frac{\lambda^x}{n^x}\cdot\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^x} = \frac{\lambda^x}{x!}\frac{n(n-1)....(n-x+1)}{n^x}\frac{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^x}$$

y si tomamos límites cuando $n\rightarrow\infty$: $P[X = x] = \frac{\lambda^x}{x!}\cdot 1\cdot\frac{e^{-\lambda}}{1}$, que es la función de probabilidad de Poisson

2. Enunciar cuales son las propiedades de los estimadores obtenidos por el método de los momentos.

Respuesta.-

Insesgadez	Si, si el parámetro a estimar es un momento poblacional respecto del origen
Consistencia	Sí, con algunas condiciones
Normalidad asintótica	Sí
Eficiencia	No siempre
Eficiencia asintótica	No siempre
Suficiencia	No siempre

3. Explicar conceptualmente porqué es importante que un estimador sea suficiente.

Respuesta.-

La importancia radica en que si un estimador es suficiente para un parámetro θ, utiliza toda la información contenida en la muestra con respecto a θ.

4. Indicar y explicar brevemente que distribución sigue la media muestral en una población normal cuando no se conoce la varianza poblacional.

Respuesta.-

En una población normal con media μ conocida siendo $\overline{X}$ y S la media muestral y la desviación típica muestral para muestras de tamaño n, se cumple que el estadístico $\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n}$ sigue una distribución t-Student con n–1 grados de libertad.

PROBLEMAS

1.- Si sabemos que nuestro principal proveedor tiene disponible una determinada mercancia cada 20 dias y necesitamos de improviso dicha mercancia y no la tenemos en stock, necesitaríamos saber: **a)** La función de distribución de la variable aleatoria tiempo de espera hasta que podamos disponer de la mercancía que nos facilite nuestro proveedor. **b)** Probabilidad de que el tiempo de espera sea menor de 10 días. **c)** La media y la varianza de la variable aleatoria tiempo de espera. **d)** Probabilidad de que el tiempo de espera sea exactamente de 15 días.

Solución.-

a) Si llamamos T a la variable aleatoria "tiempo de espera", se cumplirá que $P[T \le t] = \frac{t}{20}$, siendo $0 \le t \le 20$. Luego la función de distribución será:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{t}{20}, & 0 \le t \le 20 \\ 1, & t > 20 \end{cases}$$

b) $F(10) = \frac{10}{20} = 0{,}5$

c) Derivando F(t) obtenemos la función de densidad:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{20}, & 0 \le t \le 20 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

Así pues: $E(T) = \int_0^{20} \frac{t}{20} dt = 10$; $E(T^2) = \int_0^{20} \frac{t^2}{20} dt = \frac{400}{3}$ de donde $Var(T) = \frac{400}{3} - 100 = \frac{100}{3} = 33{,}\widehat{3}$

d) $P(T = 15) = 0$.

2.- El director comercial de una cadena de supermercados afirma, que tras el lanzamiento de la campaña publicitaria, el importe de las ventas medias mensuales de estos establecimientos son superiores a los 40.000 euros y la desviación típica de las ventas es inferior a 450 euros. Seleccionados al azar 20 establecimientos se observa, que el importe total de las ventas en estos establecimientos para el último mes es 845.000 euros y su varianza muestral 90.000. Suponiendo que las ventas mensuales por establecimiento se distribuyen normalmente, compruebe si cada una de las afirmaciones realizadas por el director comercial es cierta a un nivel de significación del 1%.

Solución.-

Para contrastar la primera hipótesis H_0: $\mu > 40.000$ € consideraremos la variable $\frac{\overline{X} - \mu}{S}\sqrt{n}$ que se distribuye como una t-Student con n–1 grados de libertad. Para nuestro caso, (una t_{19} y 1% de nivel de significación) de las tablas se obtiene la región crítica para:

$$\frac{\overline{X} - 40.000}{\sqrt{90.000}}\sqrt{20} < -2{,}54$$

Puesto que $\frac{\frac{845000}{20} - 40.000}{\sqrt{90.000}}\sqrt{20} = 33{,}541$, debe por tanto aceptarse la hipótesis.

Para contrastar la segunda hipótesis H_0: σ < 450 € consideraremos la variable $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ que se distribuye como una χ^2 con n–1 grados de libertad. Para nuestro caso, (una χ^2_{19} y 1% de nivel de significación) de las tablas se obtiene la región crítica para:

$$\frac{19 \cdot S^2}{450^2} > 36{,}19 \quad \leftrightarrow \quad S^2 > 385.718{,}47$$

No puede por tanto rechazarse la hipótesis.