e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

CURSO 2003/2004.	**SEPTIEMBRE. Principal.**
Código de la Carrera 42	**Código de la Asignatura 209.**

PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. ¿Cuándo se puede decir que una distribución es uniforme?

Respuesta.-

Una variable aleatoria sigue una distribución uniforme en un intervalo [a, b], si la probabilidad de que X pertenezca a un subintervalo de longitud d es proporcional a d.

2. Comente brevemente si la Función de Distribución de una variable aleatoria puede ser decreciente.

Respuesta.-

No puede ser decreciente porque $F(x) = P[X \leq x]$ y si $x_1 < x_2$, el suceso $[X \leq x_1]$ está contenido en el suceso $[X \leq x_2]$, luego $P[X \leq x_1] \leq P[X \leq x_2]$

3. ¿Cuándo se pude considerar a un contraste de hipótesis como el de máxima potencia?

Respuesta.-

Consideremos todas las regiones críticas de tamaño α para contrastar cierta hipótesis nula H_0. De tales contrastes, uno de ellos será de máxima potencia si la probabilidad $\beta = P[\text{aceptar } H_0/H_0 \text{ falsa}]$ es mínima (es decir $1 - \beta$ es máximo).

4. ¿Que diferencia existe entre los estimadores obtenidos por el método de los momentos y los obtenidos por el método de máxima verosimilitud?

Respuesta.-

Los primeros son menos eficientes que los segundos, aunque son más fáciles de calcular. Además, el método de los momentos no usa toda la información contenida en la muestra, en particular, no hace uso de la distribución, cosa que sí hace el método de la máxima verosimilitud, por lo que los obtenidos por este segundo método son mejores.

PROBLEMAS

1.- Se han recogido datos sobre las ventas de ordenadores de donde se obtiene que la cifra de ventas es de 120.000 ordenadores al mes con una desviación típica, de 10.000. Si no conocemos la distribución de probabilidad de las ventas mensuales, se pide obtener: **a)** La probabilidad de que las ventas mensuales esté comprendidas entre 100.000 y 140.000 ordenadores. **b)** El menor intervalo de tal manera que al menos el 95% de las ventas mensuales estén en ese intervalo.

Solución.-

a) De la desigualdad de Tchebychev:

$$P\left[\left|X - E(X)\right| < K\right] \geq 1 - \frac{\sigma^2}{k^2}$$

puesto que E(X)=120.000 y σ = 10.000, se obtiene:

$$P[100.000 < X < 140.000] = P[\,|X - 120.000| < 20.000] \geq 1 - \frac{10^8}{4 \cdot 10^8} = 0{,}75$$

b) Calculemos k para que $1 - \frac{\sigma^2}{k^2} = 0{,}95 \rightarrow 0{,}05 = \frac{10^8}{k^2} \rightarrow k^2 = 20 \cdot 10^8 \rightarrow$

$\rightarrow k = 20.000\sqrt{5} \cong 44.721{,}36$. El intervalo sería:

$$[E(X) - k\,,\, E(X) + k] = [75278{,}64\ ;\ 164721{,}36]$$

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

2.- Un analista realiza una aproximación de la renta media anual de las familias residentes en un barrio. El analista dispone de información referente a 60 familias seleccionadas aleatoriamente para las que la renta media anual resultó ser de 17.000 euros y la desviación típica de 1.600 euros. Suponiendo que la renta sigue una distribución normal Calcular: **a)** Intervalo de confianza al 95% de confianza para la renta media anual de las familias residentes en el barrio. **b)** ¿Cuál debería ser el mínimo tamaño muestral elegido, para estimar con una confianza del 95% la renta media anual de las familias residentes en el barrio, admitiendo como mucho un error de 600 euros?

a) De la tabla de la variable t-Student para 59 grados de libertad se obtiene que la probabilidad de que

$$-2 \leq \frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n} \leq 2$$

es 0,95, luego: $\mu \in \left[\overline{X} - \frac{2S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{2S}{\sqrt{n}}\right] \cong [16.587 ; 17.413]$.

b) Si el error debe ser $\leq$ 600, la amplitud del intervalo deberá ser $\leq$ 1.200. Pero la amplitud del intervalo de confianza $\left[\overline{X} - \frac{t_{\frac{\alpha}{2}}S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{t_{\frac{\alpha}{2}}S}{\sqrt{n}}\right]$, es L = $\frac{2t_{\frac{\alpha}{2}}S}{\sqrt{n}}$, de donde

$n = \frac{4\left(t_{\frac{\alpha}{2}}\right)^2 S^2}{L^2}$. Como en nuestro caso, $t_{\frac{\alpha}{2}}$=2 y S = 1.600 se tendrá que:

$$n \geq \frac{4 \cdot 4 \cdot 2560000}{1440000} = 28{,}44.$$

Luego n = 29.