e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

CURSO 2002/2003.	**SEPTIEMBRE. Principal.**
Código de la Carrera 42	**Código de la Asignatura 209.**

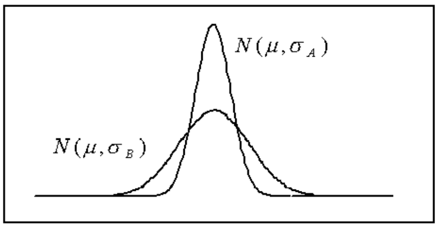
PRIMERA PARTE: CUESTIONES TEÓRICO-CONCEPTUALES

1. Sabiendo, que una de las condiciones que debe verificar f(x) para que sea una función de densidad de la variable aleatoria continua X, es que: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$, explique el significado de dicha condición y el porqué de la misma.

Respuesta.-

La integral de la función de densidad f(x) en un intervalo [a, b] significa la probabilidad de que la variable aleatoria pertenezca a dicho intervalo. Puesto que el intervalo $]-\infty, +\infty[$ es el suceso seguro, la integral $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ significa la probabilidad del suceso seguro y, por lo tanto, debe ser igual a 1.

2 En las dos funciones normales que se presentan, indicar cual tiene mayor varianza y explicar qué mide la varianza y como debe interpretarse.



Respuesta.-

Desde el punto de vista gráfico, la desviación típica de una distribución normal es la longitud del segmento cuyos extremos son las abscisas del máximo y de uno cualquiera de los puntos de inflexión de la función de densidad. En la figura se aprecia que $\sigma_B > \sigma_A$, luego la varianza $\sigma_B^2 > \sigma_A^2$.

La varianza $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2]$ es una medida de la dispersión de la variable aleatoria. Cuanto mayor sea la varianza debemos interpretar que los valores de la variable están más alejados del valor medio μ.

3. Explicar la diferencia entre estimador y estimación.

Respuesta.-

Sea θ un parámetro poblacional desconocido. Un estimador $\hat{\theta}$ es una función de variables aleatorias muestrales, que usaremos para estimar el valor de θ.

Una estimación es cada uno de los posibles valores de $\hat{\theta}$.

Por ejemplo, si θ es la media poblacional μ, podemos tomar como estimador la media muestral para muestras de tamaño n, $\overline{X}$. Un valor de $\overline{X}$ para una muestra concreta sería una estimación.

4. Indicar si los estimadores obtenidos por el método de los momentos son eficientes o no. Razonar la respuesta.

Respuesta.-

En general, no son insesgados, luego no son eficientes.

PROBLEMAS

1.- La ocupación en temporada alta por día en un hotel sigue una distribución uniforme de entre 200 a 250 camas. Se pide calcular:

a) La probabilidad de que un día la ocupación sea superior a 230 camas.

b) Calcular el porcentaje de días que tuvo una ocupación entre 215 y 240 camas.

c) Calcular la ocupación media y su desviación típica.

e-mail: **imozas@elx.uned.es**
http://telefonica.net/web/imm/

Solución.-

Como el nº de camas es una variable discreta, efectuaremos una corrección por continuidad. En cualquier caso, si no se hiciese la corrección, los resultados serían similares:

La función de densidad será: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{51}, & 199{,}5 \le x \le 250{,}5 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$. Por tanto:

a) $P[X>230] = \int_{230,5}^{250,5} \frac{1}{51} dx = \frac{1}{51}[x]_{230,5}^{250,5} = \frac{20}{51} \cong 0{,}39.$

b) Calcularemos el porcentaje de ocupación entre 215 y 240 ambos inclusive: $P[215 \le X \le 240] = \int_{214,5}^{240,5} \frac{1}{51} dx = \frac{1}{51}[x]_{214,5}^{240,5} = \frac{26}{51} \cong 0{,}51$, es decir, el 51% de los días.

c) Se tiene que $\mu = \frac{a+b}{2}$ y $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$, luego $\mu = \frac{199{,}5+250{,}5}{2} = 225$ y $\sigma^2 = \frac{51^2}{12} = \frac{2601}{12} = 216{,}75 \rightarrow \sigma \cong 14{,}72$

2.- El gasto en telefonía móvil se distribuye según una normal con desviación típica 6 €. Se ha tomado una muestra aleatoria simple, en un mes tipo, a 100 usuarios y se ha obtenido que el gasto total es de 3600C.

a) Estimar el gasto medio mensual en telefonía móvil.

b) Construir un intervalo de confianza al 95% para el gasto medio mensual.

Solución.-

a) Usaremos como estimador del gasto medio mensual la media muestral de muestras de tamaño 100. Una estimación sería $\frac{3600}{100}$=36 €.

b) Sabemos que la variable aleatoria $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n}$ se distribuye N(0, 1) y de las tablas se deduce que $P\left[-1{,}96 \le \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n} \le 1{,}96\right] = 0{,}95$. En nuestro caso: $-1{,}96 \le \frac{36-\mu}{6} 10 \le 1{,}96 \leftrightarrow$ $\leftrightarrow 34{,}824 \le \mu \le 37{,}176$ que es el intervalo buscado.